

# **НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ**

Хабаровск  
2003

Министерство образования Российской Федерации  
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального  
образования  
«Хабаровский государственный технический университет»

## **НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ**

Краткие сведения, задачи и упражнения для самостоятельной работы  
студентов и для практических занятий

Хабаровск  
Издательство ХГТУ  
2003

УДК 515 (075)

Начертательная геометрия: Краткие сведения, задачи и упражнения для самостоятельной работы студентов и для практических занятий / Сост. Ж. Л. Наумова. - Хабаровск: Изд-во Хабар.гос.техн.ун-та, 2003. – 89 с.

Работа составлена на кафедре «Начертательная геометрия и машинная графика» в соответствии с унифицированной рабочей программой дисциплины «Начертательная геометрия. Инженерная графика» для направления «Строительство». Приведены материалы, обеспечивающие закрепление знаний по темам курса в процессе самостоятельной работы студентов, а также условия задач, рекомендованных для решения на практических занятиях под руководством преподавателя.

Данное пособие может быть использовано в качестве рабочей тетради.

Печатается в соответствии с решениями кафедры НГ и МГ и методического совета института архитектуры и строительства.

© Издательство Хабаровского  
государственного технического  
университета, 2003

## ВВЕДЕНИЕ

### Формы обучения

Учебный процесс по начертательной геометрии включает лекции, подготовку к практическим занятиям, практические занятия, программированный контроль знаний по темам курса, выполнение графических работ (эпюров), консультации, экзамен.

**Лекции.** На лекциях студенты знакомятся с теоретическими основами курса, методами решения типовых задач начертательной геометрии, с новой для них терминологией и ведут конспект.

**Самостоятельная работа.** После лекций теоретический материал закрепляется и углубляется с помощью конспекта и учебника. Необходимым условием подготовки к практическому занятию является выполнение приведённых ниже упражнений.

**Практические занятия.** В начале практических занятий проводится программированный контроль знаний, далее студент предъявляет преподавателю выполненные в рабочей тетради упражнения, уточняет и дополняет их и выполняет под руководством преподавателя комплекс графических задач.

**Графические работы (эпюры)** выполняются студентам по индивидуальным вариантам в процессе изучения материала и в соответствии с графиком и рабочей программой. Содержание графических работ, примеры их оформления приведены на стендах или в методических указаниях.

**Консультации** проводятся преподавателем еженедельно по кафедральному расписанию. На них проверяются и принимаются домашние работы студентов, проводится повторный программированный контроль знаний, даются пояснения по различным вопросам курса.

Перед экзаменами лектор дает консультации для всех групп потока.

**Экзамен** принимается лектором в конце I семестра I курса. На экзамен студент предоставляет:

- а) Рабочую тетрадь, подписанную руководителем практических занятий;
- б) Графические работы (эпюры), выполнение по индивидуальному заданию и подписанные преподавателем.

### Обозначения, принятые в пособии

1. Точки-оригиналы обозначаются прописными буквами латинского алфавита:  $A, B, C, \dots$ , а также цифрами:  $1, 2, 3, \dots$

2. Линии-оригиналы обозначаются строчными буквами латинского алфавита:  $a, b, c, e, \dots$

3. Плоскости-оригиналы обозначаются прописными буквами греческого алфавита:  $\Sigma, \Delta, \dots$

4. Плоскости проекций обозначаются прописной буквой греческого алфавита  $\Pi$  с подстрочными индексами:  $\Pi_1$  – горизонтальная,  $\Pi_2$  – фронтальная,  $\Pi_3$  – профильная.

Новые плоскости проекций при замене плоскостей проекций обозначаются  $\Pi_4, \Pi_5, \dots$ .

5. Проекции точек, линий, и плоскостей обозначаются теми же буквами, что и оригиналы, только с индексами, соответствующими индексам плоскостей проекций:  $A_1, A_2, \dots L_1, L_2, L_3, \dots$ .

6. Плоскость проекций при построении аксонометрических и перспективных проекций обозначается  $\Pi'$ .

7. Аксонометрические и перспективные проекции точек, прямых и плоскостей обозначаются буквами, соответствующими натуре, с добавлением надстрочного индекса « ' »:  $A', a', \Sigma', \dots$ .

8. Плоскость проекций на чертежах в проекциях с числовыми отметками обозначается  $\Pi_0$ .

9. Проекции точек на чертежах в проекциях с числовыми отметками обозначаются буквами, соответствующими натуре, но с добавлением высотной отметки:  $A_0, B_{.5}, C_4$ .

10. Основные операции обозначаются знаками:

$\parallel$  – параллельность прямых и плоскостей;

$=$  – результат геометрического построения;

$\cap$  – пересечение двух геометрических фигур;

$\perp$  – перпендикулярность прямых и плоскостей;

$\equiv$  – совпадение геометрических фигур;

$\neq$  – скрещивание прямых;

или  $\ni$  – взаимная принадлежность (инцидентность) двух геометрических образов.

$M \in \Sigma$  обозначает, что точка  $M$  принадлежит плоскости  $\Sigma$ ;  $a \ni M$  обозначает, что точка  $M$  принадлежит прямой  $a$ .

### Указания по оформлению чертежей

1. Все построения должны выполняться при помощи чертёжных инструментов и принадлежностей.

2. Все элементы (точки, прямые, плоскости и т. п.) при решении задач должны сопровождаться буквенными или цифровыми обозначениями.

3. Буквы и цифры следует наносить так, чтобы они не пересекались какими-либо линиями.

4. Все промежуточные построения и обозначения выполнять остро заточенными цветными карандашами (пастой).

5. Полученные результаты решения обводить красным цветом.

6. Линии связи проводить тонкими линиями с нанесением на них стрелок, поясняющих ход решения задачи.

## УПРАЖНЕНИЯ ВВОДНОГО ЗАНЯТИЯ

Приняв аудиторию за модель угла пространства, а мелок, линейку и лист картона за модели соответственно точки, прямой и плоской фигуры, выполнить следующие упражнения:

1. По положению в пространстве точек  $A, B, C, \dots$  зафиксировать на комплексном чертеже (эпюре) их проекции.

2. По заданным проекциям точек  $A, B, C, \dots$  определить и записать на комплексном чертеже положение точек относительно плоскостей проекций.

3. По положению в пространстве линейки (прямой линии) построить на комплексном чертеже её проекции (рассмотреть несколько положений).

4. По заданным проекциям отрезка прямой смоделировать карандашом и надписать на чертеже положения отрезка относительно плоскостей проекций.

5. По положению в пространстве прямоугольника (тетради) построить на комплексном чертеже его проекции.

6. По заданным проекциям плоской фигуры смоделировать листом бумаги и надписать на чертеже положение фигуры относительно плоскостей проекций.

7. По наглядному изображению параллелепипеда построить его три проекции и обозначить на них указанные вершины, ребра, грани.

## ТОЧКА

**Основной метод** составления технических чертежей – *метод Монжа*. Это параллельные прямоугольные проекции на две взаимно перпендикулярные неподвижные плоскости проекций.

**Проекцией точки** называется точка пересечения проецирующего луча (прямой) с плоскостью проекций (рис. 1, а).

**Комплексным чертежом (эпюром Монжа)** называется чертёж, на котором построено несколько связанных между собой прямоугольных (ортогональных) проекций объекта на взаимно перпендикулярные плоскости (рис. 1, б, в).

Фронтальная и горизонтальная проекции точки всегда располагаются на одной вертикальной линии связи ( $A_2 A_1 \perp O_x$ ).

Фронтальная и профильная проекции точки всегда находятся на одной горизонтальной линии связи ( $A_2 A_3 \perp O_z$ ).

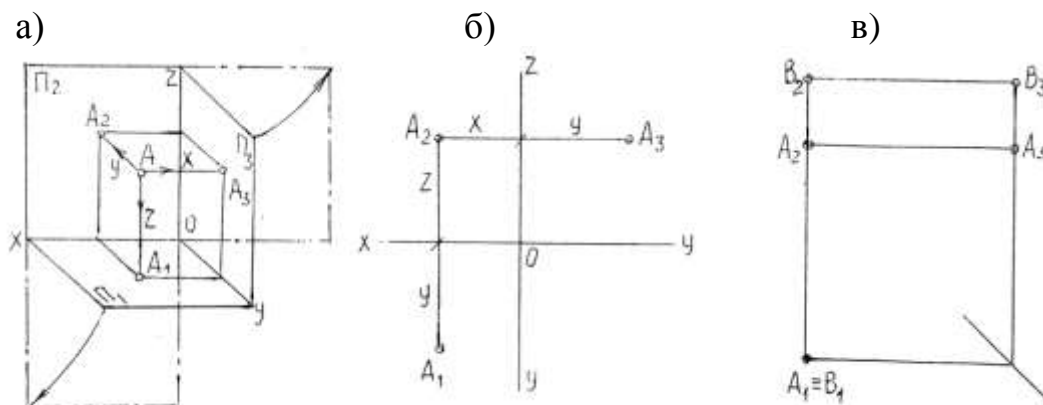


Рис. 1

**Определитель точки пространства** – две её проекции, а также три прямоугольные координаты. Принимается, что плоскости проекций совмещены с плоскостями координат.

**Условная запись определителя точки A** ( $A_1, A_2$ ) или  $A(X, Y, Z)$ . Каждую проекцию точки определяют две её координаты:  $A_1(X, Y)$ ;  $A_2(X, Z)$ ;  $A_3(Y, Z)$ .

**Ширина точки** – расстояние точки от профильной плоскости проекций – определяется координатой  $X$  ( $AA_3 = A_1A_Y = A_2A_Z = X$ ).

**Глубина точки** – расстояние точки от фронтальной плоскости проекций – определяется координатой  $Y$  ( $AA_2 = A_1A_X = A_3A_Z = Y$ ).

**Высота точки** – её расстояние от горизонтальной плоскости проекций – определяется координатой  $Z$  ( $AA_1 = A_2A_X = A_3A_Y = Z$ ).

**Безосные комплексные чертежи точек** не определяют их положение в пространстве, но позволяют определить относительное положение (рис. 1, в).

По заданным двум проекциям точек всегда можно построить третью.

**Конкурирующими** называются точки, лежащие на одном проецирующем луче (рис. 1).







## ПРЯМАЯ

**Проекции прямой определяются** проекциями двух её точек (рис. 2, а).

Проекциями прямой, в общем случае, являются прямые линии.

**Следы прямой** – это точки пересечения прямой с плоскостями проекций.

Одна из координат следа прямой равна нулю (рис. 2, б).

**Прямые частного положения** параллельны одной (прямые уровня) или двум (проецирующие) плоскостям проекций. Две проекции прямой уровня параллельны разным осям проекций (рис. 2, в), две проекции проецирующей прямой параллельны одной оси, а третья проекция вырождается в точку (рис. 2, г).

**Натуральная величина отрезка прямой общего** положения определяется величиной гипотенузы прямоугольного треугольника, построенного на одной из проекций, как на катете. Второй катет треугольника равен разности расстояний концов отрезка от той плоскости проекций, на которой взят первый катет. Угол между гипотенузой и катетом-проекцией равен **углу наклона прямой к плоскости проекций**, на которой треугольник построен (рис. 2, д).

**Точка принадлежит прямой**, если её проекции лежат на одноимённых проекциях прямой и на одной линии связи (рис. 2, а, б, д).

**Для оценки взаимного положения прямых уровня** следует построить их проекции на плоскость, которой они параллельны (рис. 2, е).

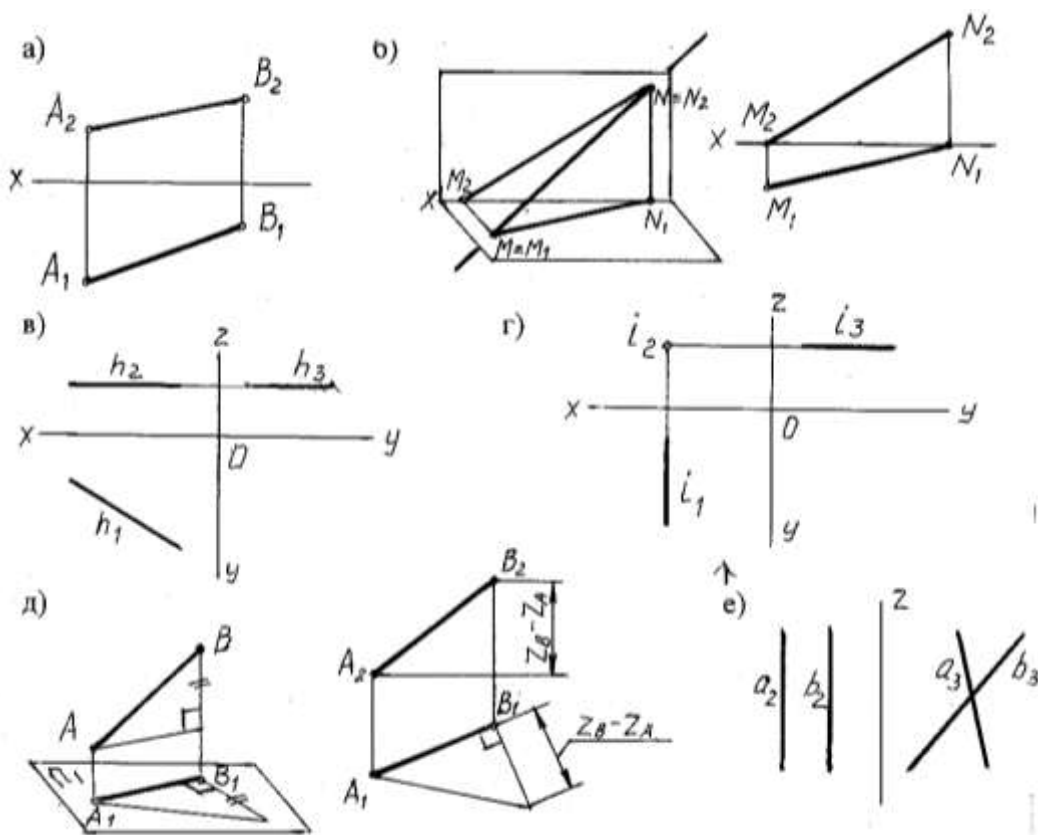


Рис. 2





## ПЛОСКОСТЬ

**Определитель плоскости** – совокупность элементов плоскости с указанием их взаимного расположения, выделяющая однозначно данную плоскость из всего множества. Основным определителем плоскости – три точки, не лежащие на одной прямой:  $\Sigma(A, B, C)$ .

**Перезадать плоскость** – означает перейти от одного способа задания к другому (рис. 3).

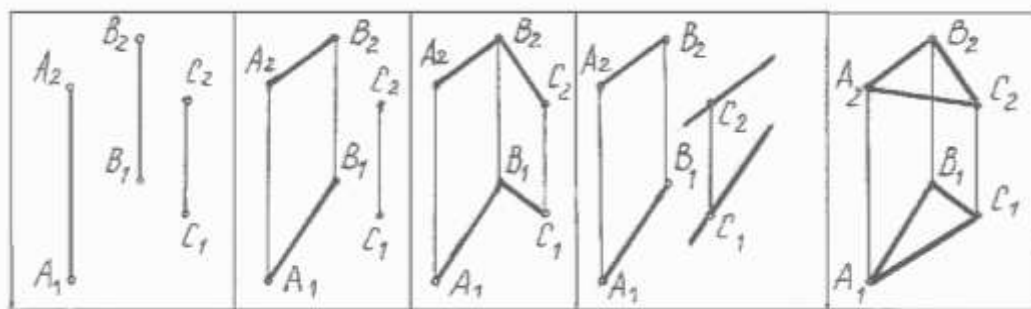


Рис. 3

**Следы плоскости** – это линии пересечения плоскости с плоскостями проекций. Задание плоскости следами является частным случаем задания её двумя пересекающимися прямыми (рис. 4).

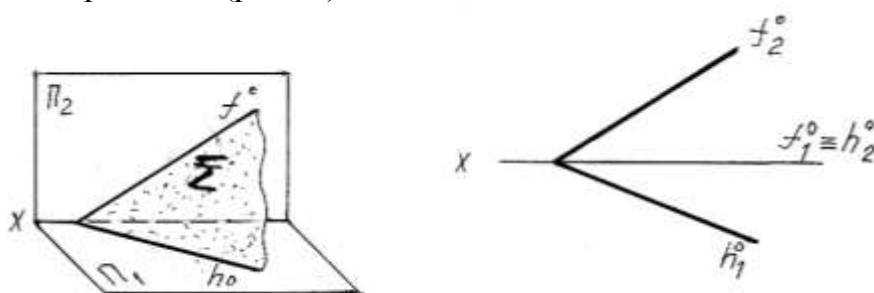


Рис. 4

**Плоскости частного положения** перпендикулярны к одной (*проецирующие плоскости*) или к двум (*плоскости уровня*) плоскостям проекций. Проекции плоскостей на плоскости проекций, к которым они перпендикулярны, вырождаются в прямые линии. Эти прямые линии собирают на себе одноимённые проекции всех элементов, расположенных в плоскости.

**Прямая принадлежит плоскости**, если она проходит через две точки, заведомо лежащие в этой плоскости, или проходит через одну точку и параллельна какой-либо прямой плоскости.

**Точка принадлежит плоскости**, если она принадлежит прямой, лежащей в этой плоскости.

**Линии уровня плоскости** начинают строить с той проекции, которая параллельна оси проекций.







## ОСНОВНЫЕ ПОЗИЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

**Точка пересечения прямой с плоскостью** определяется как точка, принадлежащая одновременно и прямой, и плоскости. *Если плоскость занимает частное положение*, то одна из проекций искомой точки находится как точка пересечения проекции плоскости, выродившейся в прямую, с одноимённой проекцией прямой. Остальные проекции находятся с помощью линий связи. *Если прямая и плоскость имеют общее положение* (рис. 5), то для построения точки пересечения необходимо:

1. Провести через данную прямую  $a$  вспомогательную секущую плоскость  $\Gamma$  частного положения;
2. Построить линию  $b$  пересечения вспомогательной плоскости  $\Gamma$  с заданной плоскостью  $\Sigma$ ;
3. Построить точку  $K$  пересечения прямых  $a$  и  $b$ .

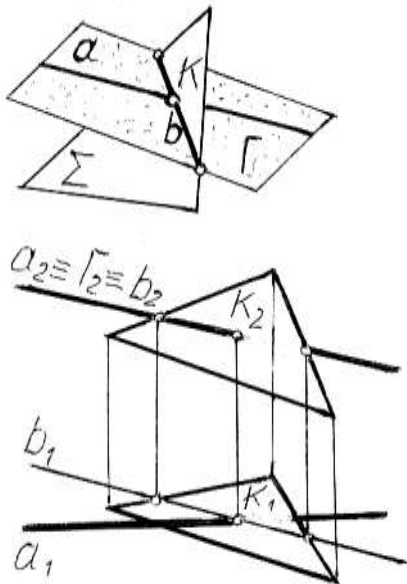


Рис. 5

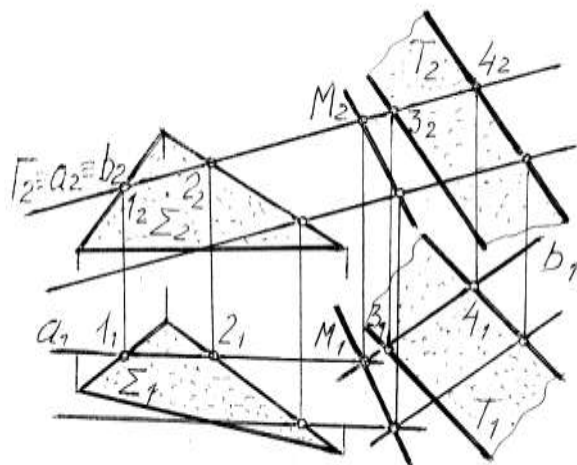


Рис. 6

**Линия пересечения двух плоскостей** является прямой, одновременно принадлежащей обеим пересекающимся плоскостям. *Если одна из двух пересекающихся плоскостей занимает частное положение*, то одна проекция искомой линии пересечения совпадает с проекцией плоскости, выродившейся в прямую линию. Другая проекция строится исходя из условия принадлежности прямой линии плоскости. *Если обе плоскости занимают общее положение*, то для построения двух точек, определяющих искомую прямую, применяется метод вспомогательных секущих плоскостей. Любая точка  $M$  искомой линии пересечения рассматривается как результат пересечения двух прямых  $a$  и  $b$ , которые, в свою очередь, являются результатом пересечения вспомогательной плоскости частного положения  $\Gamma$  с заданными плоскостями  $\Sigma$  и  $T$  (рис. 6).





## ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ И ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПРЯМЫХ И ПЛОСКОСТЕЙ

**Прямая параллельна плоскости**, если она параллельна одной из прямых, лежащих в этой плоскости.

**Плоскости взаимно параллельны**, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости. Линии уровня параллельных плоскостей взаимно параллельны.

**Плоскости частного положения параллельны**, если параллельны их проекции, вырожденные в прямые линии.

**Прямой линейный угол проецируется на плоскость проекций без искажения**, если одна из его сторон параллельна, а другая не перпендикулярна плоскости проекций (рис. 7).

**Линиями наибольшего уклона** плоскости к плоскостям проекций  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$ ,  $\Pi_3$  называются прямые, лежащие в ней и перпендикулярные соответственно горизонталям, фронталям или профильным прямым плоскости.

**Прямая перпендикулярна плоскости**, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым этой плоскости. Прямая, перпендикулярная плоскости, перпендикулярна всем прямым, лежащим в плоскости, в том числе и линиям уровня. *На комплексном чертеже* её горизонтальная проекция перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали, а фронтальная проекция перпендикулярна фронтальной проекции фронтали этой плоскости (рис. 8).

**Две прямые взаимно перпендикулярны**, если одна из них лежит в плоскости, перпендикулярной другой прямой.

**Две плоскости взаимно перпендикулярны**, если одна из них проходит через перпендикуляр к другой плоскости или параллельна этому перпендикуляру.

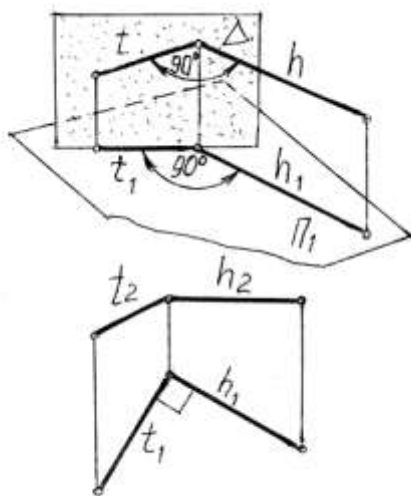


Рис. 7

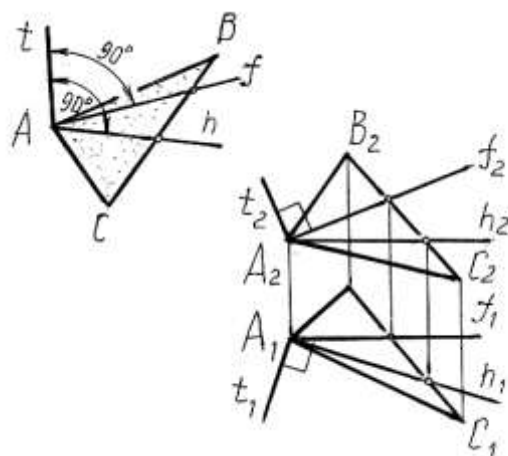


Рис. 8





## СПОСОБ ЗАМЕНЫ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ

Заменой плоскостей проекций можно придать заданным геометрическим фигурам частное положение и этим упростить решение многих задач.

**При переходе от одной системы плоскостей проекций к другой необходимо выполнять следующее правило:** расстояние от новой оси до новой проекции точки должно равняться расстоянию от преобразуемой (заменяемой) проекции точки до предыдущей оси (рис. 9).

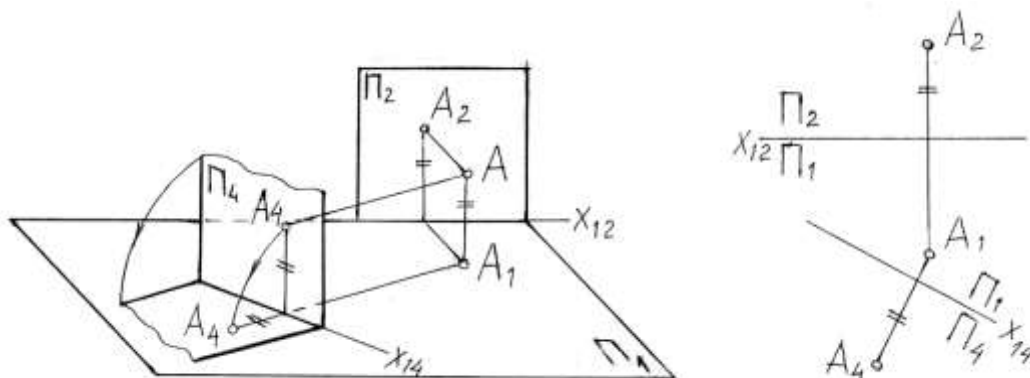


Рис. 9

**Заменой одной плоскости проекций можно:**

1. **Прямую общего положения преобразовать в линию уровня** (*основная задача № 1*), если новую плоскость проекций выбрать параллельно прямой. На комплексном чертеже ось новой системы плоскостей проекций будет параллельна соответствующей проекции прямой.

2. **Линию уровня преобразовать в проецирующую**, если новую плоскость проекций расположить перпендикулярно к ней. На комплексном чертеже новая ось пройдёт под прямым углом к той проекции прямой, которая является её натуральной величиной.

3. **Плоскость общего положения преобразовать в проецирующую** (*основная задача № 3*), если новую плоскость проекций провести перпендикулярно линии уровня плоскости (см. пункт 2).

4. **Проецирующую плоскость преобразовать в плоскость уровня**, если новую плоскость проекций провести параллельно заданной. На комплексном чертеже ось новой системы плоскостей проекций будет параллельна проекции плоскости, вырожденной в прямую линию.

**Последовательной заменой двух плоскостей проекций можно:**

5. **Прямую общего положения преобразовать в проецирующую** (*основная задача № 2*) – выполняются последовательно пункты 1 и 2.

6. **Плоскость общего положения преобразовать в плоскость уровня** (*основная задача № 4*) – последовательно выполняются пункты 3 и 4.







## ПОВЕРХНОСТИ

**Многогранной** называется поверхность, образованная частями пересекающихся плоскостей.

**Кривой поверхностью** называется совокупность последовательных положений линии (*образующей*), движущейся в пространстве по некоторому закону.

Закон движения образующей определяется неподвижными направляющими элементами и положением образующей относительно этих элементов в любой момент движения. Таким образом, **определителем кривой поверхности является:**

1. Образующая (прямая или кривая линия);
2. Направляющие элементы (точки, прямые, кривые линии, плоскости);
3. Условия, определяющие положение образующей относительно направляющих элементов.

Например, коническая поверхность (рис. 10, а) образуется движением прямой линии  $l$ , которая в каждый момент движения пересекает кривую линию  $m$  и проходит через неподвижную точку  $S$ . Здесь  $l$  – образующая,  $m$  и  $S$  – направляющие. Условная запись определителя поверхности:  $\theta(l, m, S; l \cap m; l \ni S)$ .

**Построение проекций многогранника** сводится к построению проекций его вершин и рёбер.

**Построение проекций кривой поверхности** сводится к построению проекций параметров определителя (рис. 10, б) или очерков проекций (рис. 10, в).

**Построение точки на поверхности многогранника:** в плоскости грани провести прямую и на этой прямой задать точку.

**Построение точки, принадлежащей кривой поверхности:** на заданной поверхности провести какую-либо по возможности простейшую линию (образующую, параллель...) и на ней задать точку. На рис. 10, в точка  $A$  принадлежит направляющей  $m$ , точка  $K$  принадлежит образующей  $SA$ .

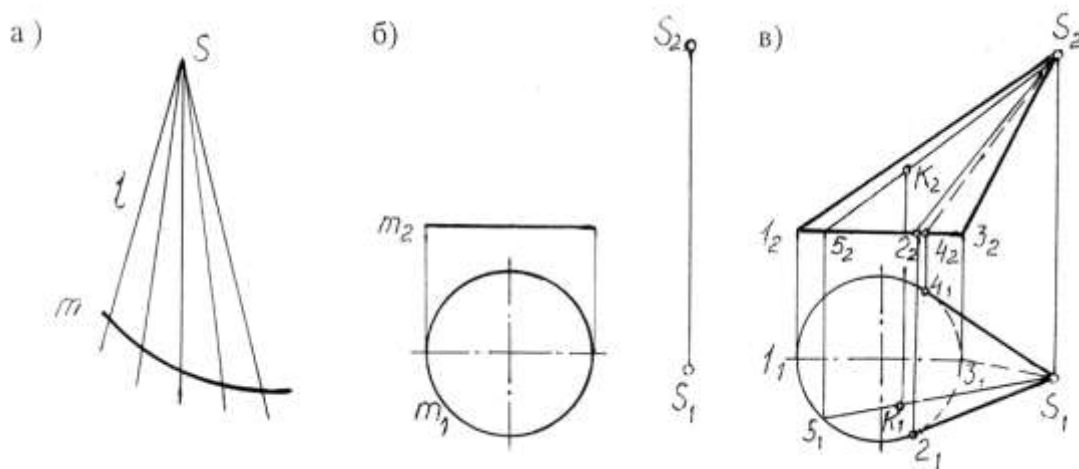


Рис. 10







## ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ПЛОСКОСТЬЮ

Форма линии сечения поверхности плоскостью зависит от формы поверхности и взаимного положения плоскости и поверхности (рис. 11).

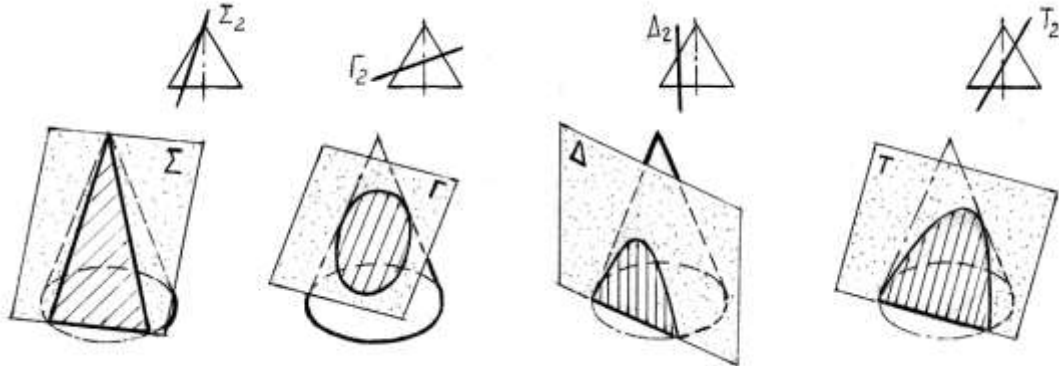


Рис. 11

**Линия сечения поверхности плоскостью частного положения** определяется в следующей последовательности:

1. Определить форму линии сечения в пространстве.
2. Определить форму проекций линии сечения.
3. На проекции линии сечения, вырожденной в прямую линию (совпавшей со следом секущей плоскости), обозначить проекции опорных точек искомой линии:

а) точек, проецирующихся на очерки проекций поверхности (делящих линию на видимую и невидимую части);

б) точек, по которым можно построить графическим приёмом всю линию: для эллипса – концы сопряжённых диаметров, для параболы и гиперболы – вершины и концы наибольшей хорды, для многоугольника – его вершины.

4. Построить недостающие проекции опорных точек.

5. Построить проекции промежуточных точек.

6. Полученные точки последовательно соединить с учётом видимости.

**При пересечении поверхности с плоскостью общего положения** заданную плоскость следует преобразовать в проецирующую способом замены плоскостей проекций, решить задачу по вышеуказанному алгоритму и вернуться к исходным проекциям.

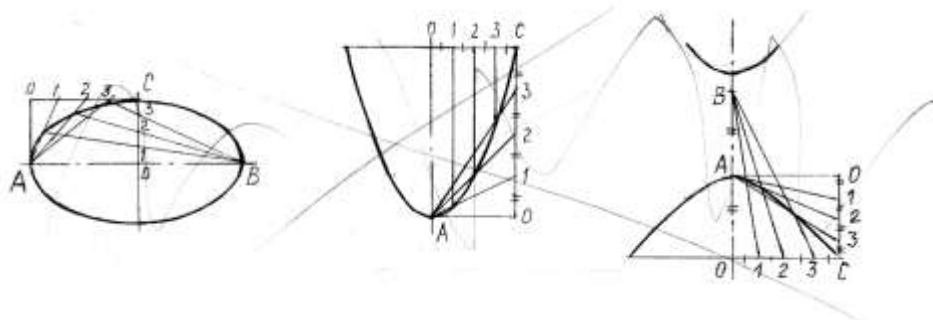


Рис. 12









## ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ ЛИНИИ С ПОВЕРХНОСТЬЮ

**Определение точек пересечения прямой линии с поверхностью** выполняется в следующей последовательности:

1. Через заданную прямую провести вспомогательную плоскость.
2. Построить линию пересечения вспомогательной плоскости с заданной поверхностью.
3. Построить точки пересечения полученной линии и заданной прямой.
4. Определить видимость прямой.

**Прямую заключают в плоскость частного положения**, если заданная поверхность сферическая или многогранная.

**Прямую заключают в плоскость общего положения**, если заданная поверхность цилиндрическая или коническая. Вспомогательные плоскости должны пересекать указанные поверхности по прямолинейным образующим.

Чтобы плоскость пересекала цилиндрическую поверхность по образующим, она должна определяться двумя пересекающимися прямыми, одна из которых – данная, а вторая – параллельна образующим поверхности (рис. 12).

Чтобы плоскость пересекала коническую поверхность по образующим, она должна заключать прямую, проходящую через вершину конуса (рис. 13).

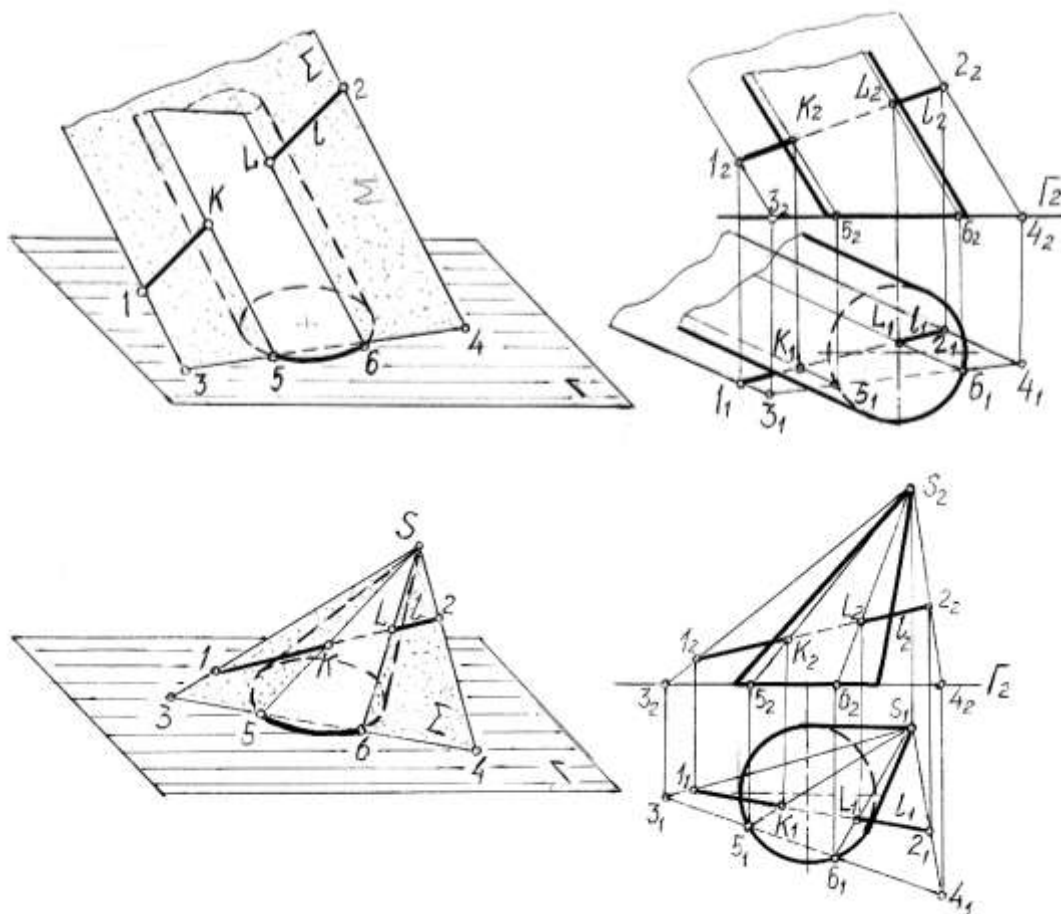


Рис. 13







## ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Линия пересечения двух поверхностей (линия перехода) есть линия, принадлежащая обеим поверхностям. Форма её зависит от формы и взаимного расположения поверхностей.

**Основной способ построения линии пересечения поверхностей** – способ вспомогательных секущих поверхностей (способ посредников).

### Последовательность построений:

1. Выбрать посредники (плоскости или поверхности), которые пересекают заданные поверхности по самым простым по форме и построению линиям.
2. Пересечь поверхности посредниками, с помощью которых определяются опорные точки искомой линии (точки, принадлежащие очеркам проекций поверхностей; крайние правые и левые, самые высокие и низкие точки).
3. Построить линии пересечения поверхностей указанными посредниками и найти точки пересечения построенных линий в каждом посреднике.
4. Пересечь поверхности посредниками, с помощью которых определяются промежуточные точки, и построить эти точки.
5. Последовательно соединить точки с учётом видимости.

На рис. 14 приведён пример применения плоскостей частного положения в качестве посредников.

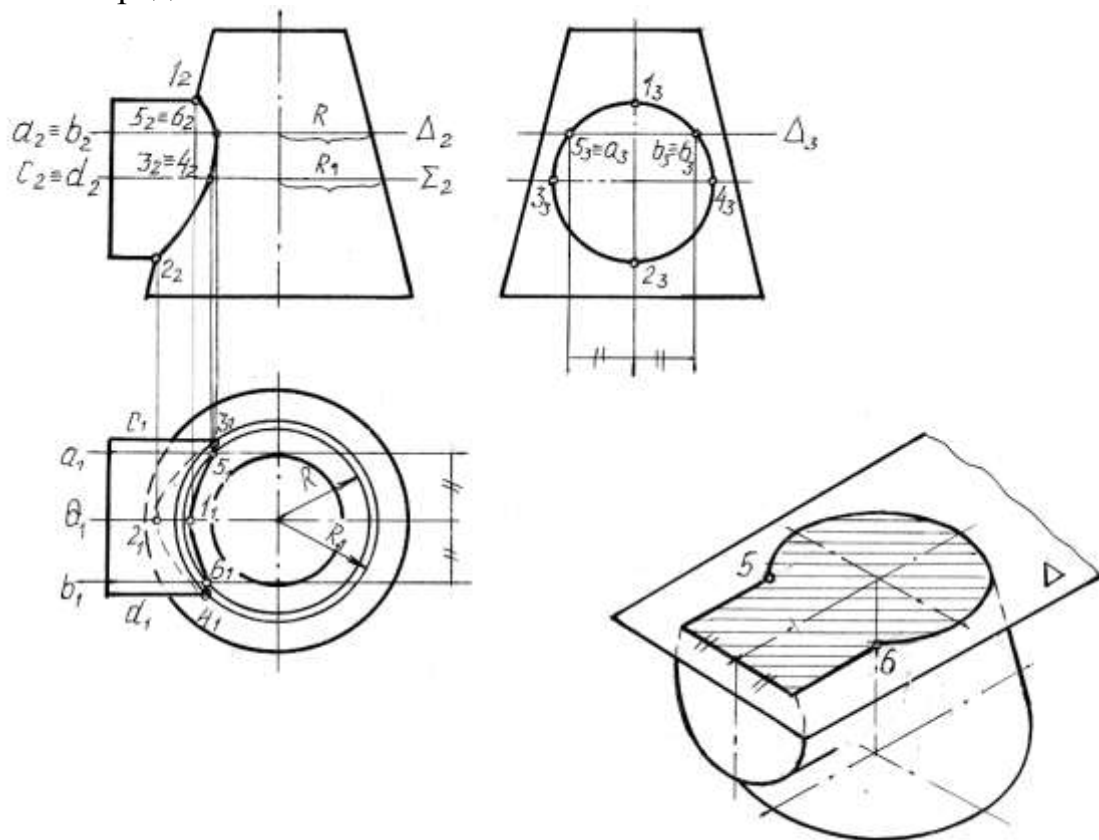


Рис. 14

**Условия для использования концентрических сфер в качестве посредников.**

1. Обе поверхности должны быть поверхностями вращения.
2. Оси поверхностей должны пересекаться (точка пересечения – центр сфер).
3. Оси обеих поверхностей должны быть параллельны одной и той же плоскости проекций.

Пример применения сфер в качестве посредников приведён на рис. 15.

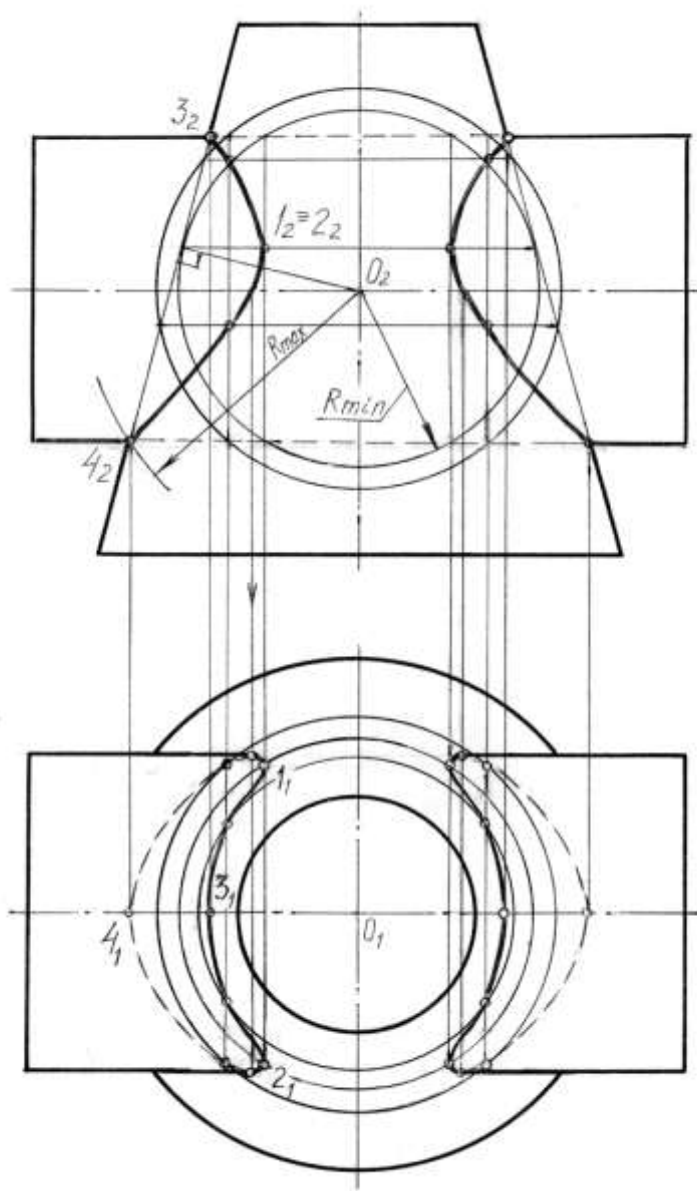


Рис. 15

## Особые случаи пересечения поверхностей.

### *Теорема Монжа*

Если две поверхности вращения второго порядка (цилиндр и конус, два конуса, два цилиндра, конус и эллипсоид и т. п.) описаны (или вписаны) вокруг общей для них сферы, то они линии их пересечения распадаются на две плоские кривые (рис. 16).

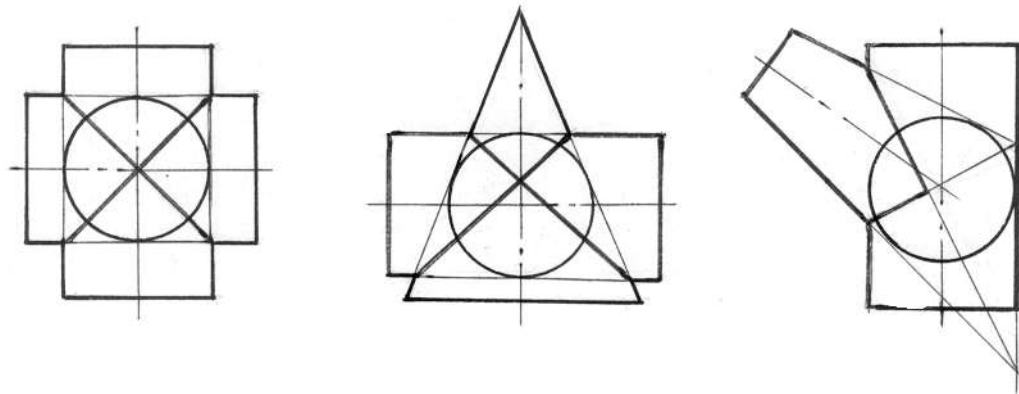


Рис. 16

*Следствие.* Если две поверхности второго порядка пересекаются по одной плоской кривой, то они пересекаются ещё по одной плоской кривой.

### *Теорема о форме проекций линии пересечения*

Если две поверхности второго порядка имеют общую плоскость симметрии, то линия пересечения их проецируется на плоскость, параллельную плоскости симметрии в виде кривой второго порядка (рис. 17).

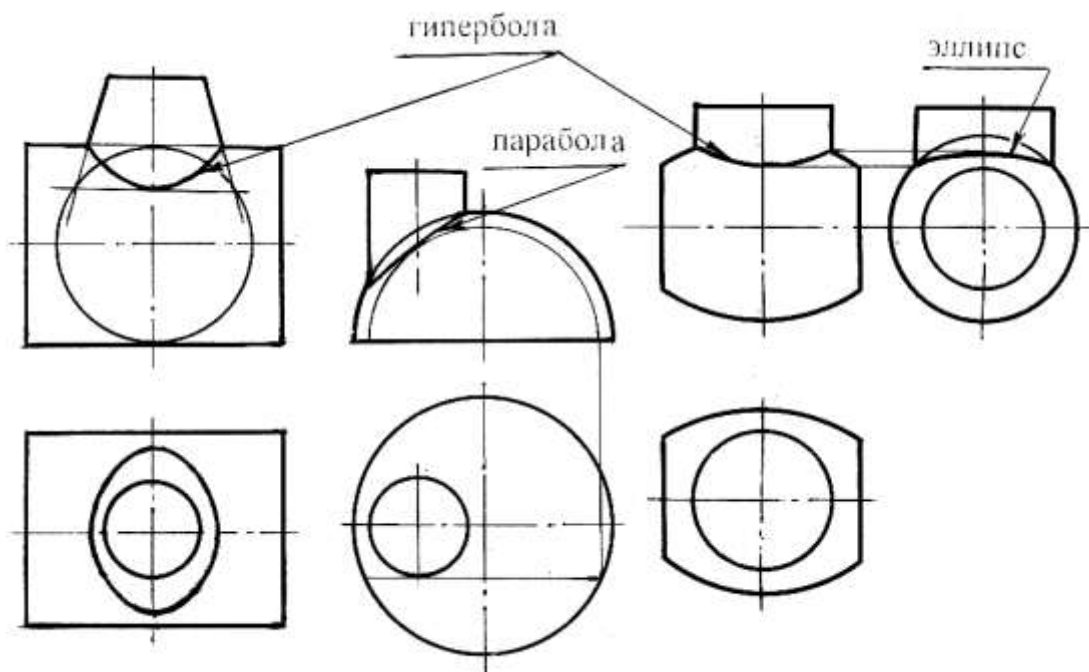


Рис. 17







## ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ

**Сущность аксонометрии** состоит в том, что предмет относят к системе прямоугольных координат (рис. 19, а) и затем проецируют параллельными лучами на плоскость проекций  $\Pi'$ , называемую аксонометрической. Направление проецирования не совпадает ни с одной из осей координат и изображение получается наглядным. Свойства параллельных проекций сохраняются.

Проекция натуральной системы осей координат на плоскость  $\Pi'$  называется **аксонометрической системой осей координат**.

Искажение отрезков осей координат при проецировании характеризуется **коэффициентами искажения**.

Точки предмета строятся по **аксонометрическим координатам**.

Аксонометрические координаты можно определить, зная величину коэффициентов искажения, пользуясь формулами:

$$X' = UX; \quad Y' = VY; \quad Z' = WZ,$$

где  $X, Y, Z$  – натуральные координаты;  $U, V, W$  – коэффициенты искажения;  $X', Y', Z'$  – аксонометрические координаты.

Рекомендуется применять **прямоугольные изометрию** (рис. 18, б) и **диметрию** (рис. 18, в), пользуясь приведёнными коэффициентами искажения:  $U = V = W = 1$  в изометрии и  $U = W = 1, V = 0,5$  в диметрии.

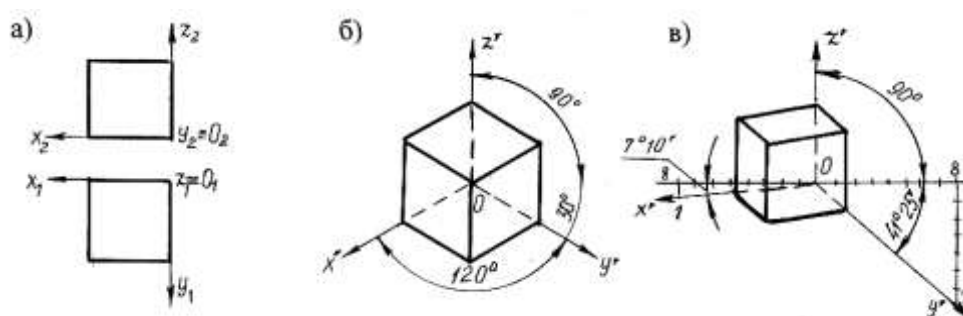


Рис. 18

Из **косоугольных аксонометрических проекций** ГОСТом предусмотрено применение фронтальной изометрии (рис. 19, а) и диметрии (рис. 19, б) и горизонтальной изометрии (рис. 19, в).

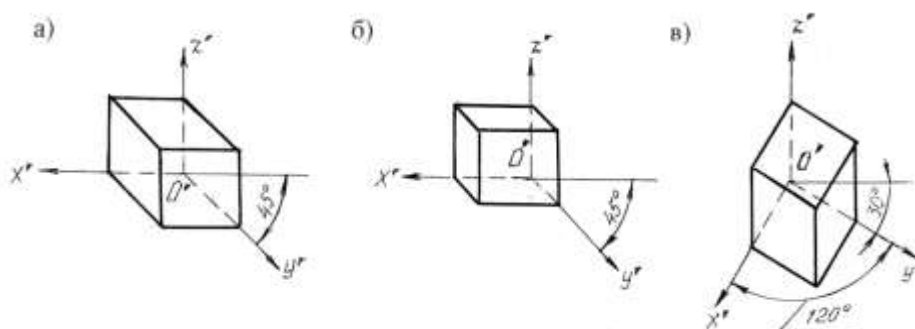


Рис. 19

Наряду с *правой системой координатных осей* (рис. 18, 19) применяют и *левую систему*.

Положительное направление осей координат для правой системы определяют по правилу правой руки (рис. 20, а), а для левой системы – по правилу левой руки (рис. 20, б).

а)

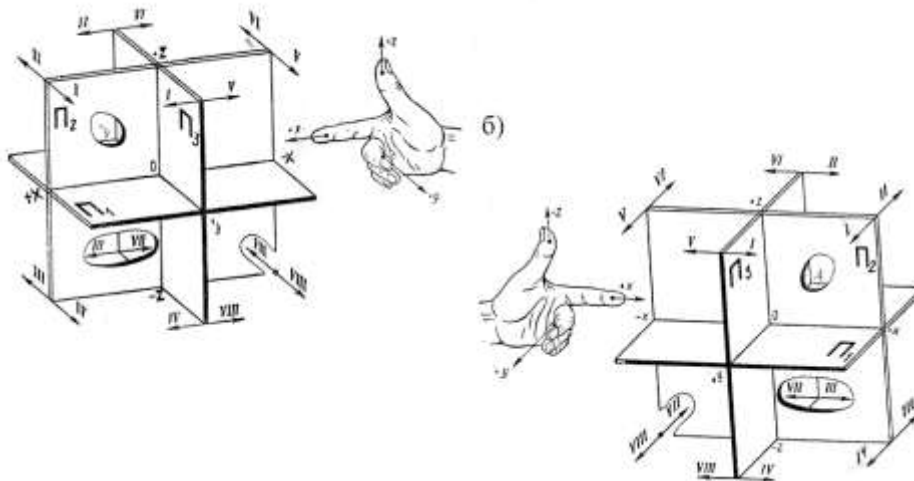


Рис. 20

**АксонOMETрическая проекция окружности** – эллипс. Если окружность лежит в координатной плоскости, то малая ось эллипса совпадает с осью, отсутствующей в плоскости окружности (рис. 21).

В прямоугольной приведённой изометрии величина большой оси  $1,22d$ , малой –  $0,7d$ ; в приведённой диметрии –  $1,06$  и  $0,35$  соответственно.

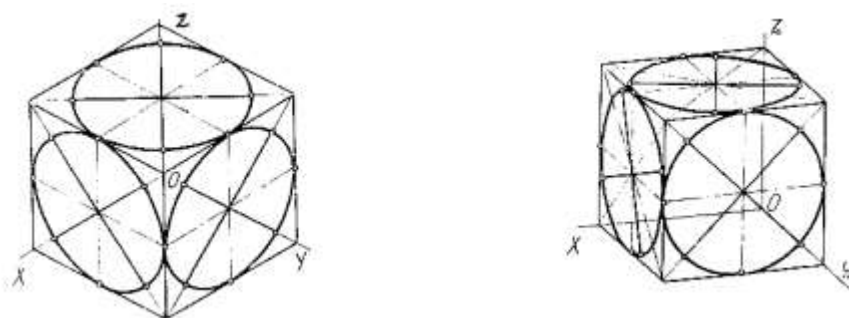


Рис. 21

**Последовательность построения аксонометрических изображений:**

1. На комплексном чертеже разметить оси координат  $x, y, z$  (рис. 18, а).
2. Построить аксонометрические оси  $x', y', z'$ .
3. Начертить *вторичную проекцию* предмета – аксонометрию одной из ортогональных проекций.
4. Создать аксонометрическое изображение.







## ПРОЕКЦИИ С ЧИСЛОВЫМИ ОТМЕТКАМИ

**Проекция точек** объекта на фронтальную плоскость заменяются *отметками* (числами), обозначающими расстояние от точек объекта до горизонтальной плоскости проекций (плоскости нулевого уровня). Отметки выражают в метрах. Точки, расположенные ниже плоскости нулевого уровня, имеют отрицательные отметки, а точки, расположенные выше этой плоскости, – положительные (рис. 22).

**Прямая линия** задаётся своей проекцией и отметками двух точек или своей проекцией, отметкой одной точки и уклоном (стрелкой указывают направление убывания отметок). **Уклон** прямой – тангенс угла наклона прямой к плоскости проекций, величина подъёма на единицу длины заложения; **заложение** отрезка прямой – длина горизонтальной проекции отрезка.

**Интервал** прямой – длина горизонтальной проекции отрезка, разность отметок концов которого равна единице (рис. 23).

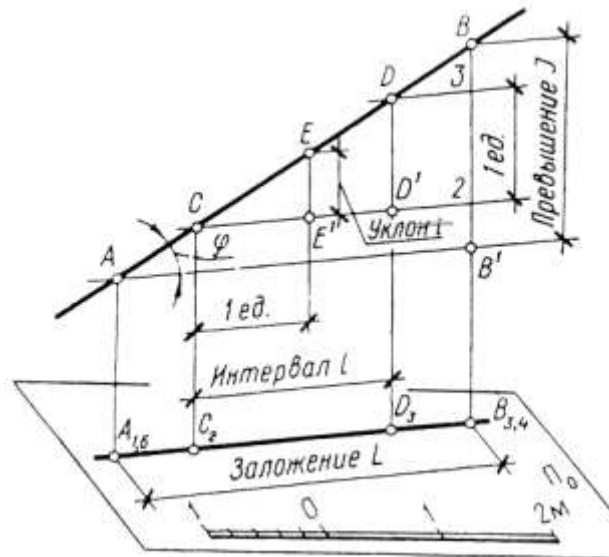


Рис. 22

**Градуирование** прямой линии – нанесение интервалов.

**Прямые взаимно параллельны**, если их проекции параллельны, уклоны равны и отметки возрастают в одном направлении.

**Прямые взаимно пересекаются**, если пересекаются их проекции в точке, которая, будучи отнесена к каждой прямой, имеет одинаковую отметку.

**Плоскость** наиболее удобно задавать **масштабом уклона** – проградированной проекцией линией наибольшего уклона (ската, падения) плоскости.

**Интервал** плоскости равен интервалу её линии наибольшего уклона.

**Угол падения** плоскости – угол наклона этой плоскости к плоскости проекций.



**Угол простирания** плоскости – угол между проекциями её горизонталей и направлением меридиана.

Углы простираения отсчитываются от северного конца меридиана против движения часовой стрелки до направления простираения. При этом направление простираения идёт вправо от наблюдателя, стоящего лицом в сторону возрастания отметок (рис. 23).

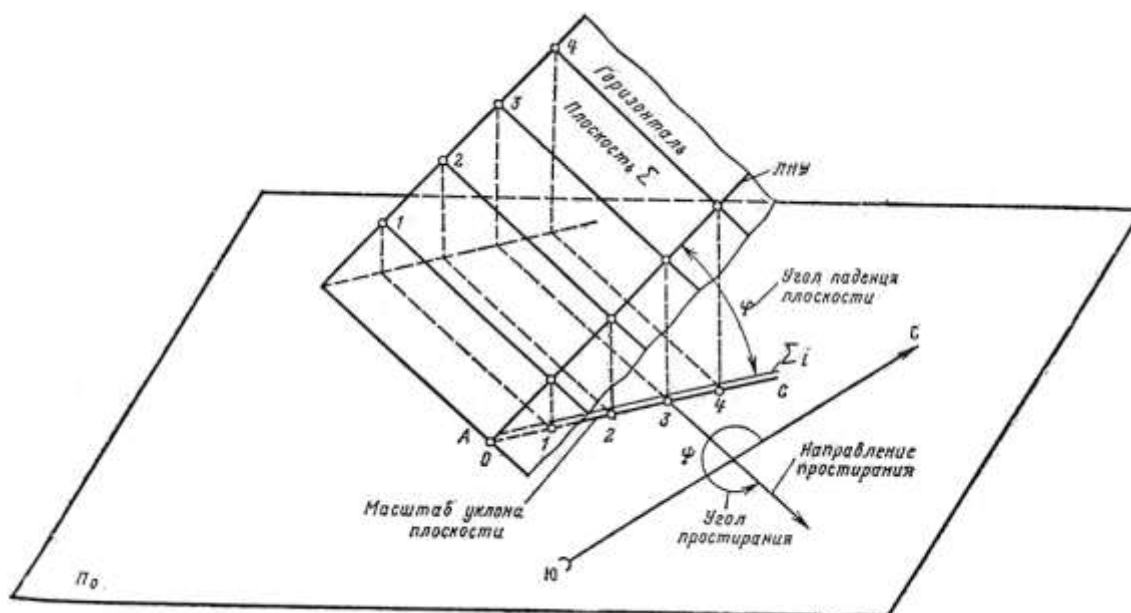


Рис. 23

**Плоскости параллельны**, если их линии наибольшего уклона параллельны, интервалы равны и проекции возрастают в одном направлении.

**Плоскости пересекаются**, если не удовлетворяют хотя бы одному из условий параллельности.

Для построения **линии пересечения двух плоскостей** необходимо:

1. Провести в каждой плоскости две горизонталы с одинаковыми отметками;
2. Построить точки их пересечения;
3. Через полученные точки провести искомую прямую.

**Точка пересечения прямой с плоскостью** находится с помощью вспомогательной плоскости общего положения, проходящей через прямую, по известному алгоритму.

**Поверхность многогранника** можно задать проекциями рёбер с указанием отметок вершин или проекцией и отметкой одной из граней (дно котлована) и уклонами других граней (откосов).

**Кривые поверхности** задаются проекциями их горизонталей. Проекции горизонталей должны сопровождаться числовыми отметками.

**Линии пересечения** поверхности с плоскостью, с другой поверхностью находятся по точкам пересечения одноимённых горизонталей.





## ПЕРСПЕКТИВА

Перспектива предмета складывается из перспективы его точек.

**Перспектива точки** строится как точка пересечения проецирующего луча с картинной плоскостью (плоскостью проекций). Перспектива точки  $A'$  и её вторичная проекция  $A_1'$  (перспектива горизонтальной проекции точки) располагаются на одном перпендикуляре к основанию картины (рис. 25, а).

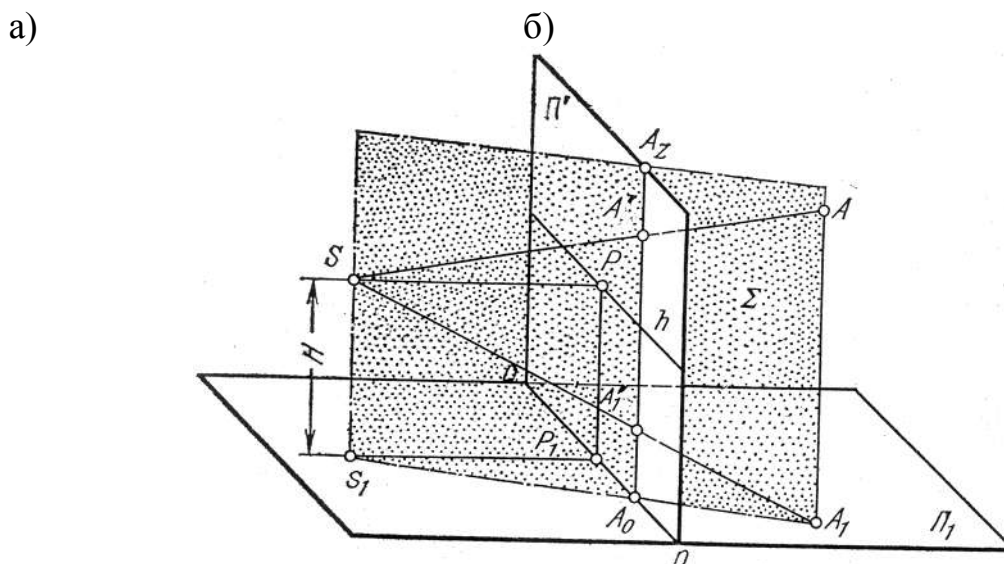


Рис. 25

Перспектива точки, лежащей на картинной плоскости, совпадает с самой точкой, а вторичная проекция её лежит на основании картины.

Перспектива точки, лежащей в предметной плоскости, совпадает с её вторичной проекцией.

**Перспектива прямой** - это линия пересечения проецирующей плоскости, образованной проецирующими лучами, с картинной плоскостью (рис. 25, б).

**Картинный след прямой** - это точка пересечения прямой линии с картинной плоскостью.

**Точка схода прямой** есть перспектива бесконечно удалённой точки прямой. Перспектива прямой линии проходит через картинный след и точку схода этой линии.

**Главная точка** картины является точкой схода прямых, перпендикулярных к картине.

Прямые линии, параллельные предметной плоскости, имеют точку схода, лежащую на линии горизонта.

Прямые линии, перпендикулярные предметной плоскости, не имеют точек схода. Их перспективы вертикальны.

Прямые линии, параллельные картине, имеют несобственные точки схода. Перспективы этих прямых параллельны прямым-оригиналам.

Перспектива прямой, принадлежащей картине, совпадает с самой прямой.

Горизонтальные прямые используются как *масштаб широт*, а вертикальные – как *масштаб высот* (рис. 26).

Построение оконных и дверных проёмов

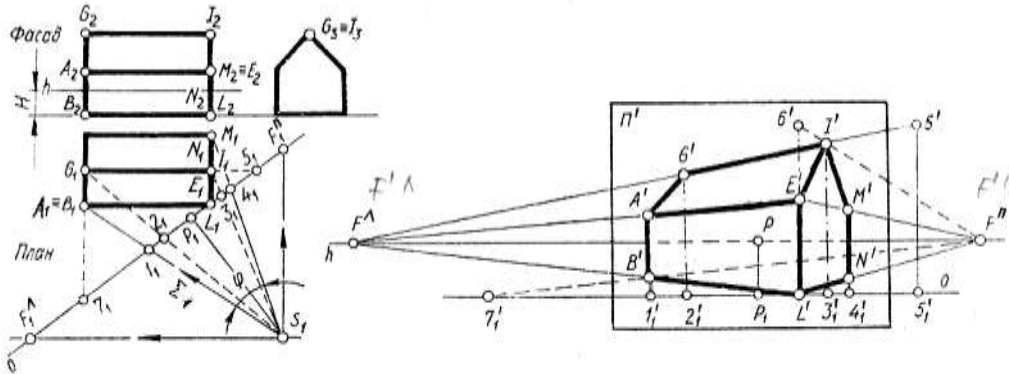


Рис. 26

**Метод архитекторов** представляет собой совместное использование точек схода, картинных следов прямых, масштабов высот и линий пересечения горизонтально проецирующих лучевых плоскостей с картиной (рис. 27).

Каждая точка плана рассматривается как точка пересечения двух прямых. Одна прямая является линией плана и её перспектива является прямой, проходящей через картинный след и точку схода, другая прямая направлена в основание точки зрения, её перспективой является вертикальная прямая – линия пересечения картинной плоскости с вертикальной лучевой плоскостью. Искомой перспективой точки является точка пересечения перспектив этих прямых.

При изображении зданий и сооружений *точка зрения* выбирается так, чтобы были видны главный и боковой фасады одновременно. Картинная плоскость и плоскость главного фасада должны составлять угол в 20-30°. *Угол зрения* принимается от 53 до 18°, оптимальное значение – 28°. Основание главной точки картины должно находиться на биссектрисе угла зрения (допускается в пределах средней трети угла).

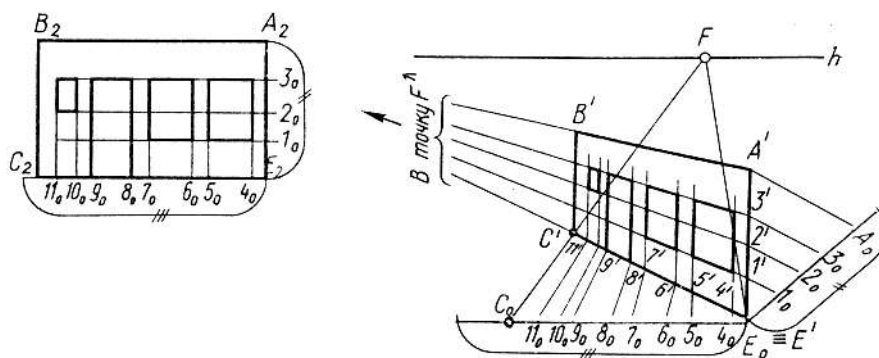


Рис. 27

**Метод координат (ортогонального эюра).** Этот метод основан на использовании ортогональных проекций объекта и точки зрения для графического определения двух координат перспективы точки.

Координаты перспективы точки (рис. 28,а) определяются в следующей последовательности:

1. Выбрать положение основания  $o$  картины и проекций  $S_1$  и  $S_2$  точки зрения  $S$  по отношению к исходным проекциям  $A_1$  и  $A_2$  точки  $A$ .

2. Построить проекции луча зрения  $SA$ : фронтальную  $S_2A_2$  (элемент 2) и горизонтальную  $S_1A_1$  (элемент 1).

3. Отрезок, равный расстоянию от произвольно выбранной, но постоянной точки  $O$  основания  $o$  картины до точки  $I$  пересечения  $o$  и  $S_1A_1$  является искомой горизонтальной координатой  $b$ .

4. Отрезок вертикали, проведённый через точку  $I$  (элемент 3), равный расстоянию от оси  $x_{12}$  до точки  $A'_2$  пересечения этой вертикали с прямой  $S_2A_2$  (элемент 1), является искомой вертикальной координатой  $e$ .

5. Вертикальная координата  $e'$  вторичной проекции строится аналогично. В этом случае элементом 1 является прямая  $S_2A_{12}$ . Отрезок  $2 A'_{12} = e'$ .

Элементы 1, 2, 3 представляют собой схему графического определения координат  $b$  и  $e$  перспективы.

Для построения перспективы на плоскости  $\Pi'$  необходимо провести горизонтальную прямую, являющуюся основанием  $o$  картины, и задать на ней слева точку  $O'$  начала отсчёта координат  $b$  (рис. 28,б).

Порядок построений:

1. На основании  $o$  от точки  $O'$  отложить вправо координату  $b$ .

2. В полученной точке  $I'$  восставить перпендикуляр к основанию  $o$ .

3. На этом перпендикуляре вверх от точки  $I'$  отложить координату  $e$ . Получим перспективу  $A'$ . Аналогично отложить  $e'$ , отметить вторичную проекцию  $A'_1$  точки  $A$ .

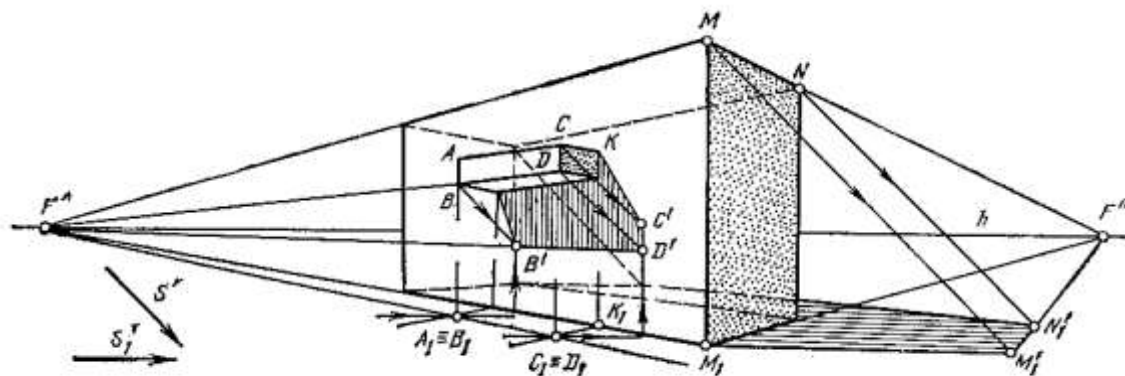


Рис. 28









## ТЕНИ

При вычерчивании зданий и сооружений тени строятся для случая солнечного освещения, то есть параллельными лучами (рис. 29).

**Собственная тень** предмета – неосвещённая часть поверхности предмета.

**Контур собственной тени** – граница между освещённой частью поверхности предмета и частью, находящейся в собственной тени.

**Падающая тень** – тень, отбрасываемая предметом на плоскость проекций или на другие поверхности. Контур падающей тени есть тень от контура собственной тени.

Построение падающей тени от объекта на плоскость или поверхность сводится к решению позиционных задач на пересечение с этой плоскостью или поверхностью прямой линии (луча света), другой (лучевой) плоскости или поверхности.

**Тень, падающая от точки** на поверхность, есть точка пересечения поверхности световым лучом, проходящим через данную точку.

**Тень, падающая от прямой** на поверхность, есть линия пересечения поверхности с лучевой плоскостью, проходящей через эту прямую.

**Тень, падающая на поверхность от точки или линии, лежащей на этой поверхности,** совпадает с самой точкой или линией.

**Тень от линии, падающей на пересекающиеся плоскости,** имеет точку излома, лежащую на линии пересечения этих плоскостей.

**Тени, падающие от параллельных прямых,** параллельны. В перспективе они имеют одну точку схода.

**Тени, падающие от прямой на параллельные плоскости,** взаимно параллельны.

**Перспективной тени от точки** на предметную плоскость является точка пересечения перспективы светового луча и вторичной проекции этого луча.

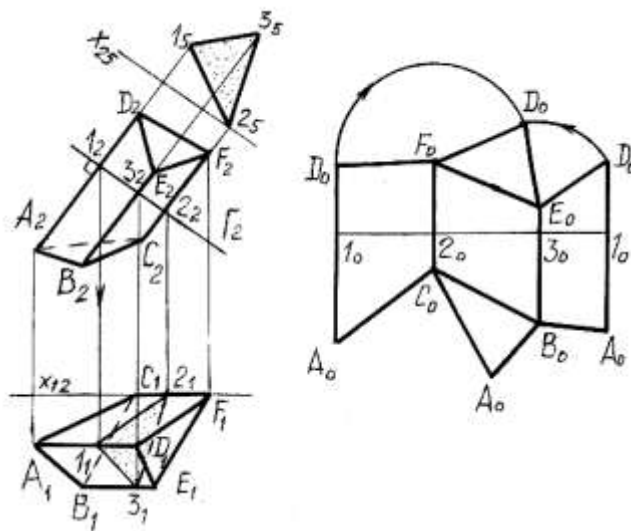


Рис. 29







## РАЗВЁРТКИ ПОВЕРХНОСТЕЙ

**Развёрткой поверхности** какого-либо тела называется фигура, полученная совмещением поверхности этого тела с плоскостью без разрывов и складок.

**Развертки многогранных поверхностей** получают совмещением ее граней с одной плоскостью так, чтобы получилась связная фигура.

Построение *разверток призмы* можно выполнить способом нормального сечения или способом раскатки. *Способ нормального сечения* основан на том, что стороны фигуры нормального сечения разворачиваются в прямую линию, перпендикулярную рёбрам призмы (рис. 30).

*Развертка пирамиды* выполняется путем последовательного построения натуральных величин треугольников боковых граней.

**Развертки кривых поверхностей**, развёртывающихся и неразвёртывающихся, строят приближёнными графическими способами. Сущность этих способов состоит в аппроксимации заданных поверхностей вписанными (описанными) участками таких поверхностей, для которых существуют точные графические способы построения разверток. Чаще всего аппроксимирующими поверхностями служат гранные поверхности: пирамиды (рис. 31, а), призмы, поверхности общего вида, составленные из треугольных граней (рис. 31, б), а также цилиндрические (рис. 31, в) и конические поверхности.

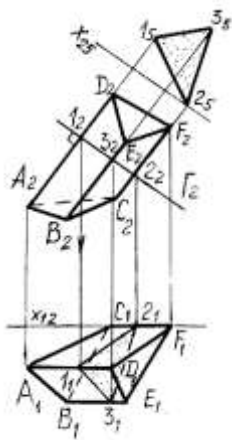


Рис. 30

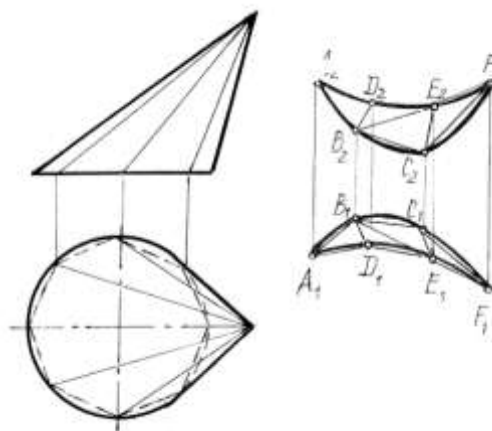


Рис. 31



## Библиографический список

1. Крылов и др. Начертательная геометрия. - М., 2003. 340 с.
2. Локтев О. В., Числов П. А. Задачник по начертательной геометрии. - М., 1977. 103 с.
3. Рускевич н. Л. Начертательная геометрия. – Киев., 1978. 312 с.
4. Сборник задач по начертательной геометрии. Под ред. Рускевича Н. Л., - Киев., 1978. 184 с.
5. Симонин С. И. Инженернр-топографическое черчение и наглядные изображения. – М., 1979. 192 с.
6. Начертательная геометрия. Рабочая тетрадь. – Киев., 1978. 88 с.



## Оглавление

Введение.....	
Упражнения вводного занятия.....	
Точка.....	
Прямая.....	
Плоскость.....	
Основные позиционные задачи.....	
Параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей.....	
Способ замены плоскостей проекций.....	
Пересечение поверхности плоскостью.....	
Пересечение прямой линии с поверхностью.....	
Пересечение поверхностей.....	
Параллельные аксонометрические проекции.....	
Проекция с числовыми отметками.....	
Перспектива.....	
Тени.....	
Развёртки поверхностей.....	
Библиографический список.....	

