РГР "Второй семестр."Часть III.

Функции нескольких переменных **Вариант 1**

I. Построить области определения следующих функций:

$$1.\quad z=\sqrt{1-x^2-y^2}\quad 2.\quad u=\arcsin(x+y)\quad 3.\quad f(x,y)=\ln(y-x)+\ln x.$$

II. Построить линии уровня следующих функций:

$$1.\quad z=x^2-y^2\quad 2.\quad u=2x-y\quad 3.\quad f(x,y)=y-x^2.$$

III. Найти частные производные первого порядка:

$$1.\quad z=5x^4y^2-3x^2+2y-1\quad 2.\quad f(x,y)=\frac{2x-y}{4x+3y}\quad 3.\quad g(x,y)=\frac{y^4}{x^3}$$

$$4.\quad \psi(x,y)=x^3(2x+7\cos y)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=\ln 5x^2y^8\quad 6.\quad F(x,y)=\cos(3x^2-4y).$$

IV. Найти градиент функции $f(x,y)=4x+3x^2y^3-2$ и вычислить его модуль в точке $A(-1;2)$.

V. Найти производную функции $g(x,y)=\dfrac{2x}{x+4y}$ по направлению $\vec{a}=\{4;-3\}$.
Вычислить ее значение в точке $(2;1)$.

VI. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z=4x^2-3x^2y^3+4y-2$ и вычислить его значение в точке $(-1;2)$.

VII. Написать в дифференциальной форме равенство $PV=RT$ (R - постоянная), считая каждую из величин P,V,T функцией, а две другие независимыми переменными.

VIII. Вычислить приближенно $(1,04)^{2,97}\cdot\sqrt{(6,01)^2+(7,96)^2}$.

IX. Оценить абсолютную и относительную ошибки, допущенные при вычислении объема цилиндра высотой $H=60$ и диаметром $D=50$, если цена деления линейки $0,1$.

X. Найти частные производные второго порядка

$$1.\quad z=2x^4y^2-3x^6+2y^2-5\quad 2.\quad f(x,y)=\sin(x+2y)\quad 3.\quad g(x,y)=\exp\left(\frac{x}{y^3}\right)$$

$$4.\quad \psi(x,y)=x^2\ln(2x-3y)\qquad 5.\quad \varphi(x,y)=x^{3y}.$$

XI. Найти полный дифференциал второго порядка функции $z=3x^2y-2x^3+4y-1$ в точке $D(1;-1)$.

XII. Доказать, что функция $z=e^{xy}$ является решением уравнения

$$x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}-2xy\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}+2xyz=0.$$

XIII. Исследовать на экстремум функции

$$1.\quad g(x,y)=x^2-2xy+y^2-2x-2y-1\quad 2.\quad f(x,y)=3(x-2)^2+4y^2.$$

XIV. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=x^2+5y^2-4xy+3$ в замкнутой области $D: 0\le x\le 3,\ \ x\le y\le 3$.

XV. Найти уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z=4x^2-xy+3y^2-5$ в точке $E(-1;1;3)$.

РГР "Второй семестр."Часть III.
Функции нескольких переменных — Вариант 2

I. Построить области определения следующих функций:

$$1.\quad z=\sqrt{x^2+y^2-9}\quad 2.\quad u=\arccos(2x-y)\quad 3.\quad f(x,y)=\ln(2x+y).$$

II. Построить линии уровня следующих функций:

$$1.\quad z=\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}\quad 2.\quad u=\frac{2x}{y}\quad 3.\quad f(x,y)=y^2-x.$$

III. Найти частные производные первого порядка:

$$1.\quad z=3x^3y^4+2x^3-5y+4\quad 2.\quad f(x,y)=\frac{x+2y}{3x-2y}\quad 3.\quad g(x,y)=\frac{x^3}{y^4}$$
$$4.\quad \psi(x,y)=\sqrt{y}(\operatorname{tg}x-5y)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=\ln\frac{3x^2}{y^4}\quad 6.\quad F(x,y)=\sin(5y-4x^2).$$

IV. Найти градиент функции $f(x,y)=4y-xy^2+5$ и вычислить его модуль в точке $A(1;-2)$.

V. Найти производную функции $g(x,y)=\dfrac{3-y}{2x+y}$ по направлению $\vec{a}=\{6;8\}$.
Вычислить ее значение в точке $(1;3)$.

VI. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z=2x^5y^2-6y^2+3x+1$ и вычислить его значение в точке $(1;-4)$.

VII. Написать в дифференциальной форме равенство $PV=RT$ (R - постоянная), считая каждую из величин P,V,T функцией, а две другие независимыми переменными.

VIII. Вычислить приближенно $(0,95)^{2,04}\cdot\sqrt{(3,01)^2+(3,98)^2}$.

IX. Оценить абсолютную и относительную ошибки, допущенные при вычислении плотности тела массой $M=600$ и объемом $V=250^3$, если цена деления весов $0,1$, а при измерении объема допущена ошибка $0,2^3$.

X. Найти частные производные второго порядка

$$1.\quad z=5x^3\sqrt{y}+2x^3-3y^5+3\quad 2.\quad f(x,y)=\operatorname{tg}(3x-y)\quad 3.\quad g(x,y)=\cos\frac{y^2}{x}$$
$$4.\quad \psi(x,y)=e^{2y}\log_2(3x+y)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=y^{2x}.$$

XI. Найти полный дифференциал второго порядка функции $z=4xy^2+5y-2x+3$ в точке $D(3;2)$.

XII. Доказать, что функция $z=\ln(x^2+y^2+2x+1)$ является решением уравнения

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0.$$

XIII. Исследовать на экстремум функции

$$1.\quad g(x,y)=1+4y-x^2-xy-y^2\quad 2.\quad f(x,y)=3x^2+(y+2)^2.$$

XIV. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=x^2+2y^2-3$ в замкнутой области $D: x\ge 0,\ \ y\ge 0,\ \ x+y\le 4$.

XV. Найти уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z=4y^2+2xy-5x+2$ в точке $E(1;-1;-1)$.

РГР "Второй семестр."Часть III.

Функции нескольких переменных **Вариант 3**

I. Построить области определения следующих функций:

$$1.\quad z=\sqrt{\frac{x}{y}}\quad 2.\quad u=\arcsin(x^2+y^2-5)\quad 3.\quad f(x,y)=\ln(4-y-x).$$

II. Построить линии уровня следующих функций:

$$1.\quad z=y^2-x^2\quad 2.\quad u=xy\quad 3.\quad f(x,y)=4x^2+y^2.$$

III. Найти частные производные первого порядка:

$$1.\quad z=7x^6y^8+8x^3-2y+5\quad 2.\quad f(x,y)=\frac{4x+5y}{2x-7y}\quad 3.\quad g(x,y)=\frac{\sqrt{x}}{y^3}$$
$$4.\quad \psi(x,y)=e^x(5x-3y^2)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=\ln 4x^3y^4\quad 6.\quad F(x,y)=\arcsin(x^2-2y).$$

IV. Найти градиент функции $f(x,y)=4y-2x^2y^3+4$ и вычислить его модуль в точке $A(2;2)$.

V. Найти производную функции $g(x,y)=\dfrac{4x}{2x-y}$ по направлению $\vec{a}=\{-5;12\}$. Вычислить ее значение в точке $(1;0)$.

VI. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z=8x^5y^3+3\sqrt[3]{x}-6y^4-7$ и вычислить его значение в точке $(-1;1)$.

VII. Написать в дифференциальной форме равенство $PV=RT$ (R - постоянная), считая каждую из величин P,V,T функцией, а две другие независимыми переменными.

VIII. Вычислить приближенно $(1,06)^{3,98}\cdot\sqrt{(5,03)^2+(11,99)^2}$.

IX. Оценить абсолютную и относительную ошибки, допущенные при вычислении объема цилиндра высотой $H=40$ и диаметром $D=30$, если цена деления линейки $0,2$.

X. Найти частные производные второго порядка

$$1.\quad z=8x^5y^2+3x^3-9y^7+4\quad 2.\quad f(x,y)=\cos(4y-x)\quad 3.\quad g(x,y)=\sin\left(xy^4\right)$$
$$4.\quad \psi(x,y)=\sqrt{y}\,\mathrm{ctg}(6x-2y)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=x^{4y}.$$

XI. Найти полный дифференциал второго порядка функции $z=2\sqrt{x}y-x^4+6y-3$ в точке $D(1;-3)$.

XII. Доказать, что функция $z=\ln(x+e^{-y)}$ является решением уравнения

$$\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}-\frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=0.$$

XIII. Исследовать на экстремум функции

$$1.\quad g(x,y)=x^2-xy+y^2+9x-6y\quad 2.\quad f(x,y)=(x-5)^2+6y^2.$$

XIV. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=3-2x^2-xy-y^2$ в замкнутой области $D:x\le 1,\ \ y\ge 0,\ \ y\le x$.

XV. Найти уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z=4x^2-3xy-5y-2$ в точке $E(1;-1;10)$.

РГР "Второй семестр."Часть III.
Функции нескольких переменных Вариант 4

I. Построить области определения следующих функций:

$$1.\quad z=\sqrt{x-y}\quad 2.\quad u=\arccos(xy)\quad 3.\quad f(x,y)=\ln(x^2+y^2-1).$$

II. Построить линии уровня следующих функций:

$$1.\quad z=xy\quad 2.\quad u=\frac{x}{y}\quad 3.\quad f(x,y)=x^2+y.$$

III. Найти частные производные первого порядка:

$$1.\quad z=3x^5-8y^4-2x^2y-3y+4\quad 2.\quad f(x,y)=\frac{4x+y}{2x-y}\quad 3.\quad g(x,y)=\frac{\cos x}{y}$$
$$4.\quad \psi(x,y)=\operatorname{arctg}x(2x-3y)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=\ln\frac{3y^4}{x^2}\quad 6.\quad F(x,y)=\sin(2x-3y^2).$$

IV. Найти градиент функции $f(x,y)=5y^2+x^2y-2$ и вычислить его модуль в точке $A(2;-3)$.

V. Найти производную функции $g(x,y)=\dfrac{3y-1}{4x+5y}$ по направлению $\vec{a}=\{4;-3\}$. Вычислить ее значение в точке $(1;0)$.

VI. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z=8x^4y^3-6y+3x^4-6$ и вычислить его значение в точке $(-1;2)$.

VII. Написать в дифференциальной форме равенство $PV=RT$ (R - постоянная), считая каждую из величин P,V,T функцией, а две другие независимыми переменными.

VIII. Вычислить приближенно $(1,02)^{2,95}\cdot\sqrt{(7,97)^2+(5,96)^2}$.

IX. Оценить абсолютную и относительную ошибки, допущенные при вычислении плотности тела массой $M=400$ и объемом $V=150^3$, если цена деления весов $0,1$, а при измерении объема допущена ошибка $0,1^3$.

X. Найти частные производные второго порядка

$$1.\quad z=3\sqrt[3]{x^2}y^4-8x^5+6y-2\quad 2.\quad f(x,y)=\exp(3y-4x)\quad 3.\quad g(x,y)=\cos\frac{y^6}{x^2}$$
$$4.\quad \psi(x,y)=2y\sin(2x-y)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=y^{-x}.$$

XI. Найти полный дифференциал второго порядка функции $z=2x^3y^2-4x^5+4y^3-2$ в точке $D(-1;2)$.

XII. Доказать, что функция $z=x^y$ является решением уравнения

$$y\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}-(1+y\ln x)\frac{\partial z}{\partial x}=0.$$

XIII. Исследовать на экстремум функции

$$1.\quad g(x,y)=xy-3x^2-2y^2+4\quad 2.\quad f(x,y)=(y-3)^2+4x^2.$$

XIV. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=x^2+3y^2+x-y+2$ в замкнутой области $D: x\geq 1,\ \ y\geq -1,\ \ x+y\leq 1$.

XV. Найти уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z=2y^2-6xy+7x-1$ в точке $E(2;1;3)$.

РГР "Второй семестр."Часть III.
Функции нескольких переменных Вариант 5

I. Построить области определения следующих функций:

$$1.\quad z=\sqrt{xy-1}\quad 2.\quad u=\arcsin(x^2+y^2-1)\quad 3.\quad f(x,y)=\ln(4-x+y)+\ln x.$$

II. Построить линии уровня следующих функций:

$$1.\quad z=\sqrt{x-y}\quad 2.\quad u=\frac{y}{2x}\quad 3.\quad f(x,y)=y^2+x.$$

III. Найти частные производные первого порядка:

$$1.\quad z=6y-9x^4\sqrt{y}-3x+4y-5\quad 2.\quad f(x,y)=\frac{x-y^2}{3x+6y}\quad 3.\quad g(x,y)=\frac{x^2}{y^4}$$
$$4.\quad \psi(x,y)=x^5(3x-2\sin y)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=\ln 2x^9y^4\quad 6.\quad F(x,y)=\arccos(3x-8y).$$

IV. Найти градиент функции $f(x,y)=10x-x^3y-y^2+4$ и вычислить его модуль в точке $A(1;-2)$.

V. Найти производную функции $g(x,y)=\dfrac{3x}{x-2y}$ по направлению $\vec{a}=\{-3;-4\}$.
Вычислить ее значение в точке $(2;-1)$.

VI. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z=6y^2-3x^3y^4+5x-6$ и вычислить его значение в точке $(-1;-2)$.

VII. Написать в дифференциальной форме равенство $PV=RT$ (R - постоянная), считая каждую из величин P,V,T функцией, а две другие независимыми переменными.

VIII. Вычислить приближенно $(1,03)^{1,99}\cdot\sqrt{(4,98)^2-(3,03)^2}$.

IX. Оценить абсолютную и относительную ошибки, допущенные при вычислении объема цилиндра высотой $H=70$ и диаметром $D=20$, если цена деления линейки $0,2$.

X. Найти частные производные второго порядка

$$1.\quad z=5x^6y-2x+3y^2+5\quad 2.\quad f(x,y)=\sin(x-4y)\quad 3.\quad g(x,y)=\exp\left(\frac{x}{y^2}\right)$$
$$4.\quad \psi(x,y)=x\ln(5y-3x)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=x^{4y}.$$

XI. Найти полный дифференциал второго порядка функции $z=8x\sqrt{y}-2x^4+6y-2$ в точке $D(0;1)$.

XII. Доказать, что функция $z=x\exp\dfrac{y}{x}$ является решением уравнения

$$x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+2xy\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0.$$

XIII. Исследовать на экстремум функции

$$1.\quad g(x,y)=x^2+xy+y^2-6x-10y-5\quad 2.\quad f(x,y)=4(x+1)^2+7y^2-3.$$

XIV. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=x^2+2y^2-2xy+8$ в замкнутой области $D:-1\le x\le 1,\ \ 0\le y\le 2$.

XV. Найти уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z=x^2-5xy+4y-1$ в точке $E(-1;1;17)$.

РГР "Второй семестр."Часть III.
Функции нескольких переменных Вариант 6

I. Построить области определения следующих функций:

$$1.\quad z=\sqrt{xy}\quad 2.\quad u=\arccos(x+y-2)\quad 3.\quad f(x,y)=\ln(x^2-y^2).$$

II. Построить линии уровня следующих функций:

$$1.\quad z=y-x\quad 2.\quad u=\frac{x}{4y}\quad 3.\quad f(x,y)=x^2y.$$

III. Найти частные производные первого порядка:

$$1.\quad z=5x^4y^7-6x^8+2y-3\quad 2.\quad f(x,y)=\frac{4x-2y}{x+5y}\quad 3.\quad g(x,y)=\frac{x}{y^3}$$
$$4.\quad \psi(x,y)=\sqrt{x}(\cos x-2y)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=\ln\frac{3\sqrt{x}}{y^6}\quad 6.\quad F(x,y)=\sin(4y-3x^2).$$

IV. Найти градиент функции $f(x,y)=5x+x^2y^2-3y+5$ и вычислить его модуль в точке $A(1;1)$.

V. Найти производную функции $g(x,y)=\dfrac{2-x}{4x-3y}$ по направлению $\vec{a}=\{6;-8\}$.
Вычислить ее значение в точке $(1;1)$.

VI. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z=4x^2y^4-5\sqrt{y}+\ln x+1$ и вычислить его значение в точке $(1;4)$.

VII. Написать в дифференциальной форме равенство $PV=RT$ (R - постоянная), считая каждую из величин P,V,T функцией, а две другие независимыми переменными.

VIII. Вычислить приближенно $(1,07)^{3,99}\cdot\sqrt{(4,96)^2-(4,02)^2}$.

IX. Оценить абсолютную и относительную ошибки, допущенные при вычислении плотности тела массой $M=800$ и объемом $V=200^3$, если цена деления весов $0,5$, а при измерении объема допущена ошибка $0,1^3$.

X. Найти частные производные второго порядка

$$1.\quad z=6x^2y^3-2x-4y^2+3\quad 2.\quad f(x,y)=\mathrm{ctg}(x-5y)\quad 3.\quad g(x,y)=\sin\frac{x^2}{y}$$
$$4.\quad \psi(x,y)=e^{3x}\log_3(2x-y)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=y^{-3x}.$$

XI. Найти полный дифференциал второго порядка функции $z=5x^4y-2x^6+2y-2$ в точке $D(1;-1)$.

XII. Доказать, что функция $z=\ln(x^2+y^2)$ является решением уравнения

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0.$$

XIII. Исследовать на экстремум функции

$$1.\quad g(x,y)=2xy-4x^2-6y^2+2x-4y-6\quad 2.\quad f(x,y)=6(x-1)^2+(y+3)^2.$$

XIV. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=x^2+xy-8$ в замкнутой области $D: x\geq 2,\ \ y\geq 1,\ \ x+y\leq 5$.

XV. Найти уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z=3-6y^2+xy+4x+1$ в точке $E(2;1;8)$.

РГР "Второй семестр."Часть III.
Функции нескольких переменных Вариант 7

I. Построить области определения следующих функций:

$$1.\quad z=\sqrt{x-y}\quad 2.\quad u=\arcsin(5-x-y)\quad 3.\quad f(x,y)=\ln(1-x^2-y^2).$$

II. Построить линии уровня следующих функций:

$$1.\quad z=y-x^2\quad 2.\quad u=2x+y\quad 3.\quad f(x,y)=x^2+4y^2.$$

III. Найти частные производные первого порядка:

$$1.\quad z=6x^4-x^3y^2+7y-2\qquad 2.\quad f(x,y)=\frac{4y-5x}{3x+2y}\qquad 3.\quad g(x,y)=\frac{\sqrt{y}}{x^2}$$
$$4.\quad \psi(x,y)=x^4(2\operatorname{arctg}x-3y)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=\ln 4x^4\sqrt{y}\quad 6.\quad F(x,y)=\sin(x^2-2y).$$

IV. Найти градиент функции $f(x,y)=4x^3-x^2y-2y$ и вычислить его модуль в точке $A(-1;-1)$.

V. Найти производную функции $g(x,y)=\dfrac{3x}{2y-x}$ по направлению $\vec{a}=\{-12;5\}$. Вычислить ее значение в точке $(1;1)$.

VI. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z=6x^7y^2-4x+3y^2-8$ и вычислить его значение в точке $(-1;2)$.

VII. Написать в дифференциальной форме равенство $PV=RT$ (R - постоянная), считая каждую из величин P,V,T функцией, а две другие независимыми переменными.

VIII. Вычислить приближенно $(1,04)^{1,94}\cdot\sqrt{(5,98)^2+(8,03)^2}$.

IX. Оценить абсолютную и относительную ошибки, допущенные при вычислении объема цилиндра высотой $H=45$ и диаметром $D=20$, если цена деления линейки $0,15$.

X. Найти частные производные второго порядка

$$1.\quad z=4x^6y^3+4x^4-2y^9+4\quad 2.\quad f(x,y)=\arccos(2y-x^2)\quad 3.\quad g(x,y)=\sin\left(x^2y\right)$$
$$4.\quad \psi(x,y)=\sqrt{2x}\operatorname{ctg}(3x+4y)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=x^{-5y}.$$

XI. Найти полный дифференциал второго порядка функции $z=6\sqrt{y}x^5-2x^4+4y^2-1$ в точке $D(-1;1)$.

XII. Доказать, что функция $z=2\cos^2\left(y-\dfrac{x}{2}\right)$ является решением уравнения

$$2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=0.$$

XIII. Исследовать на экстремум функции

$$1.\quad g(x,y)=x^2+2xy+y^2+8x+4y+3\quad 2.\quad f(x,y)=(x-4)^2+2y^2-7.$$

XIV. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=5x^2-3xy+y^2-2$ в замкнутой области $D: x\geq -1,\ \ y\geq -1,\ \ x+y\leq 1$.

XV. Найти уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z=3x^2+6xy-2y-4$ в точке $E(1;1;3)$.

РГР "Второй семестр."Часть III.

Функции нескольких переменных **Вариант 8**

I. Построить области определения следующих функций:

$$1.\quad z=\sqrt{x^2-y}\quad 2.\quad u=\arccos(x+y)\quad 3.\quad f(x,y)=\ln xy.$$

II. Построить линии уровня следующих функций:

$$1.\quad z=4x+y\quad 2.\quad u=\frac{x^2}{y}\quad 3.\quad f(x,y)=x^2-y^2.$$

III. Найти частные производные первого порядка:

$$1.\quad z=3y^6-2xy^3-2x^2+6\quad 2.\quad f(x,y)=\frac{3x-y}{2x+5y}\quad 3.\quad g(x,y)=\frac{\operatorname{tg}x}{4y}$$

$$4.\quad \psi(x,y)=\cos x(5x+6y)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=\ln\frac{5\sqrt[5]{y^4}}{x^3}\quad 6.\quad F(x,y)=\log_2(3x-4y).$$

IV. Найти градиент функции $f(x,y)=2y^5+x^3y^4-2x+3$ и вычислить его модуль в точке $A(1;-1)$.

V. Найти производную функции $g(x,y)=\dfrac{2x-5}{x+2y}$ по направлению $\vec{a}=\{-4;-3\}$.

Вычислить ее значение в точке $(1;1)$.

VI. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z=5x-4x^2y^4+\sqrt{y}-2$ и вычислить его значение в точке $(-1;1)$.

VII. Написать в дифференциальной форме равенство $PV=RT$ (R - постоянная), считая каждую из величин P,V,T функцией, а две другие независимыми переменными.

VIII. Вычислить приближенно $(0,97)^{3,02}\cdot\sqrt{(9,96)^2-(6,06)^2}$.

IX. Оценить абсолютную и относительную ошибки, допущенные при вычислении плотности тела массой $M=300$ и объемом $V=90^3$, если цена деления весов $0,2$, а при измерении объема допущена ошибка $0,1^3$.

X. Найти частные производные второго порядка

$$1.\quad z=2x^5y^7+4x-2y-1\quad 2.\quad f(x,y)=\arcsin(3y-4x)\quad 3.\quad g(x,y)=\cos\frac{x^6}{y^2}$$

$$4.\quad \psi(x,y)=2x\sin(2y-x)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=y^{6x}.$$

XI. Найти полный дифференциал второго порядка функции $z=2xy^2+3x^3-2y-2$ в точке $D(-1;2)$.

XII. Доказать, что функция $z=\sin(x+y^2)$ является решением уравнения

$$\frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}-\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=0.$$

XIII. Исследовать на экстремум функции

$$1.\quad g(x,y)=xy-x^2-y^2+3\quad 2.\quad f(x,y)=5x^2+(y+1)^2-4.$$

XIV. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=6+2xy-x^2$ в замкнутой области $D: x\le 0,\ \ y\le 0,\ \ x+y+2\ge 0$.

XV. Найти уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z=y^2-5xy-4x-2$ в точке $E(2;-1;1)$.

РГР "Второй семестр."Часть III.

Функции нескольких переменных **Вариант 9**

I. Построить области определения следующих функций:

$$1.\quad z=\sqrt{x^2+y^2-1}\quad 2.\quad u=\arcsin(2x-y)\quad 3.\quad f(x,y)=\ln(x-y)+\ln y.$$

II. Построить линии уровня следующих функций:

$$1.\quad z=y^2-x^2\quad 2.\quad u=x-4y\quad 3.\quad f(x,y)=y+x^2.$$

III. Найти частные производные первого порядка:

$$1.\quad z=3x^2y^6-4x+2y^3-6\quad 2.\quad f(x,y)=\frac{y-2x}{x+2y}\quad 3.\quad g(x,y)=\frac{y^2}{x^4}$$
$$4.\quad \psi(x,y)=x^4(2y+7\cos x)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=\ln 2x^5y^3\quad 6.\quad F(x,y)=\cos(2x^4-3y).$$

IV. Найти градиент функции $f(x,y)=2x-4x^2y^2+2$ и вычислить его модуль в точке $A(1;-2)$.

V. Найти производную функции $g(x,y)=\dfrac{6x}{3x+y}$ по направлению $\vec{a}=\{4;3\}$.
Вычислить ее значение в точке $(1;2)$.

VI. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z=4x^3+4x^2y^3-4y+1$ и вычислить его значение в точке $(-1;-2)$.

VII. Написать в дифференциальной форме равенство $PV=RT$ (R - постоянная), считая каждую из величин P,V,T функцией, а две другие независимыми переменными.

VIII. Вычислить приближенно $(1,02)^{2,96}\cdot\sqrt{(13,01)^2-(11,96)^2}$.

IX. Оценить абсолютную и относительную ошибки, допущенные при вычислении объема цилиндра высотой $H=80$ и диаметром $D=40$, если цена деления линейки $0,2$.

X. Найти частные производные второго порядка

$$1.\quad z=x^4y^3-4x^4-2y^5-1\quad 2.\quad f(x,y)=\sin(3x+y)\quad 3.\quad g(x,y)=\exp\left(\frac{x}{y^2}\right)$$
$$4.\quad \psi(x,y)=x^3\ln(2y-3x)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=x^{6y}.$$

XI. Найти полный дифференциал второго порядка функции $z=4x^2y^3-2x+4y-2$ в точке $D(-1;1)$.

XII. Доказать, что функция $z=e^{xy}$ является решением уравнения

$$y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}-2xy\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+2xyz=0.$$

XIII. Исследовать на экстремум функции

$$1.\quad g(x,y)=1+6x-x^2-xy-y^2\quad 2.\quad f(x,y)=4(x+2)^2+y^2+5.$$

XIV. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=x^2+y^2-9xy+1$ в замкнутой области $D: 0\le x\le 3,\ \ 0\le y\le 3$.

XV. Найти уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z=3x^2+4xy-3y+5$ в точке $E(-1;1;1)$.

РГР "Второй семестр."Часть III.

Функции нескольких переменных **Вариант 10**

I. Построить области определения следующих функций:

$$1. \quad z=\sqrt{x^2+y^2-16} \quad 2. \quad u=\arccos(4x-y) \quad 3. \quad f(x,y)=\ln(2y+x).$$

II. Построить линии уровня следующих функций:

$$1. \quad z=\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4} \quad 2. \quad u=\frac{4x}{y} \quad 3. \quad f(x,y)=y^2+x.$$

III. Найти частные производные первого порядка:

$$1. \quad z=4x^3y^5-2x^2-6y+4 \quad 2. \quad f(x,y)=\frac{x-4y}{6x-2y} \quad 3. \quad g(x,y)=\frac{x^2}{y}$$
$$4. \quad \psi(x,y)=\sqrt{x}(\operatorname{tg} y-4x) \quad 5. \quad \varphi(x,y)=\ln\frac{3y^2}{x^5} \quad 6. \quad F(x,y)=\sin(2y-3x^2).$$

IV. Найти градиент функции $f(x,y)=4x-x^3y^2-2$ и вычислить его модуль в точке $A(1;1)$.

V. Найти производную функции $g(x,y)=\dfrac{4-x}{4x+3y}$ по направлению $\vec{a}=\{-6;8\}$. Вычислить ее значение в точке $(1;-1)$.

VI. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z=x^5y^2-3y^2+3y-2$ и вычислить его значение в точке $(1;2)$.

VII. Написать в дифференциальной форме равенство $PV=RT$ (R - постоянная), считая каждую из величин P,V,T функцией, а две другие независимыми переменными.

VIII. Вычислить приближенно $(0,98)^{4,01}\cdot\sqrt{(4,01)^2+(2,97)^2}$.

IX. Оценить абсолютную и относительную ошибки, допущенные при вычислении плотности тела массой $M=500$ и объемом $V=300^3$, если цена деления весов $0,2$, а при измерении объема допущена ошибка $0,1^3$.

X. Найти частные производные второго порядка

$$1. \quad z=4y^3\sqrt{x}+2x-3y+1 \quad 2. \quad f(x,y)=\operatorname{tg}(3y-x) \quad 3. \quad g(x,y)=\cos\frac{x^4}{y^2}$$
$$4. \quad \psi(x,y)=e^{3y}\log_3(4x-y) \quad 5. \quad \varphi(x,y)=y^{6x}.$$

XI. Найти полный дифференциал второго порядка функции $z=2xy^2+4y-3x-6$ в точке $D(1;2)$.

XII. Доказать, что функция $z=\ln(x^2+y^2+3y-4)$ является решением уравнения

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0.$$

XIII. Исследовать на экстремум функции

$$1. \quad g(x,y)=5-3y+x^2+xy+y^2 \quad 2. \quad f(x,y)=6x^2+(y+8)^2.$$

XIV. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=4x^2+y^2-5$ в замкнутой области $D: x\geq 0,\ \ y\geq 0,\ \ x+y\leq 5$.

XV. Найти уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z=4x^2-6xy-5y-1$ в точке $E(1;-1;14)$.

РГР "Второй семестр."Часть III.

Функции нескольких переменных **Вариант 11**

I. Построить области определения следующих функций:

$$1.\quad z=\sqrt{\frac{y}{x}}\quad 2.\quad u=\arcsin(x^2+y^2-4)\quad 3.\quad f(x,y)=\ln(6-x-2y).$$

II. Построить линии уровня следующих функций:

$$1.\quad z=y^2+x^2\quad 2.\quad u=xy\quad 3.\quad f(x,y)=4x^2-y^2.$$

III. Найти частные производные первого порядка:

$$1.\quad z=2x^3y^4-3x^4+2y-6\quad 2.\quad f(x,y)=\frac{4x-3y}{2x+y}\quad 3.\quad g(x,y)=\frac{\sqrt{x}}{y^2}$$
$$4.\quad \psi(x,y)=e^x(2x-3y)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=\ln 6x^2y^5\quad 6.\quad F(x,y)=\arcsin(x^2-4y).$$

IV. Найти градиент функции $f(x,y)=4x-2x^2y^4-3$ и вычислить его модуль в точке $A(-1;1)$.

V. Найти производную функции $g(x,y)=\dfrac{4x}{x-2y}$ по направлению $\vec{a}=\{-4;-3\}$. Вычислить ее значение в точке $(0;1)$.

VI. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z=x^3y^2-4\sqrt[4]{x}-6y^2+4$ и вычислить его значение в точке $(1;1)$.

VII. Написать в дифференциальной форме равенство $PV=RT$ (R - постоянная), считая каждую из величин P,V,T функцией, а две другие независимыми переменными.

VIII. Вычислить приближенно $(1,08)^{5,98}\cdot\sqrt{(5,04)^2-(3,97)^2}$.

IX. Оценить абсолютную и относительную ошибки, допущенные при вычислении объема цилиндра высотой $H=45$ и диаметром $D=20$, если цена деления линейки $0,1$.

X. Найти частные производные второго порядка

$$1.\quad z=2x^4y^5-3x^3+6y^4-2\quad 2.\quad f(x,y)=\cos(4x-y)\quad 3.\quad g(x,y)=\sin\left(x^3y\right)$$
$$4.\quad \psi(x,y)=\sqrt{y}\ln(3x-2y)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=x^{-4y}.$$

XI. Найти полный дифференциал второго порядка функции $z=3\sqrt{x}y^2-2x^4+3y-1$ в точке $D(1;-1)$.

XII. Доказать, что функция $z=\ln 2(x+e^{-y)}$ является решением уравнения

$$\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}-\frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=0.$$

XIII. Исследовать на экстремум функции

$$1.\quad g(x,y)=x^2+4xy+y^2-8x-4y-1\quad 2.\quad f(x,y)=4x^2+(y-4)^2+3.$$

XIV. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=x^2+2y^2-6$ в замкнутой области $D: x\geq 0,\ \ y\geq 0,\ \ x+y\leq 4$.

XV. Найти уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z=4y^2-3xy+x-5y+4$ в точке $E(1;1;7)$.

РГР "Второй семестр."Часть III.

Функции нескольких переменных **Вариант 12**

I. Построить области определения следующих функций:

$$1.\quad z=\sqrt{6x-y}\quad 2.\quad u=\arccos(x^2y)\quad 3.\quad f(x,y)=\ln(x^2+y^2-25).$$

II. Построить линии уровня следующих функций:

$$1.\quad z=xy\quad 2.\quad u=\frac{4x}{y}\quad 3.\quad f(x,y)=2x^2+y.$$

III. Найти частные производные первого порядка:

$$1.\quad z=3x^2-6y^3-4x^2y^5+1\quad 2.\quad f(x,y)=\frac{5x-4y}{2x+3y}\quad 3.\quad g(x,y)=\frac{\operatorname{ctg}x}{y^2}$$

$$4.\quad \psi(x,y)=\cos x(2y-3x)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=\ln\frac{3y^5}{x^4}\quad 6.\quad F(x,y)=\sin(4x-3y^2).$$

IV. Найти градиент функции $f(x,y)=5x^2+x^2y-2y+3$ и вычислить его модуль в точке $A(-2;1)$.

V. Найти производную функции $g(x,y)=\dfrac{3x-4}{2x+3y}$ по направлению $\vec{a}=\{-4;-3\}$.
Вычислить ее значение в точке $(1;-1)$.

VI. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z=2x^2-3x^4y^2-4y+5$ и вычислить его значение в точке $(-1;1)$.

VII. Написать в дифференциальной форме равенство $PV=RT$ (R - постоянная), считая каждую из величин P,V,T функцией, а две другие независимыми переменными.

VIII. Вычислить приближенно $(0,97)^{4,96}\cdot\sqrt{(8,02)^2+(5,98)^2}$.

IX. Оценить абсолютную и относительную ошибки, допущенные при вычислении плотности тела массой $M=200$ и объемом $V=100^3$, если цена деления весов $0,5$, а при измерении объема допущена ошибка $0,2^3$.

X. Найти частные производные второго порядка

$$1.\quad z=4\sqrt[4]{x^3}y^2-4x^3-2y+6\quad 2.\quad f(x,y)=\cos(2y-4x)\quad 3.\quad g(x,y)=\sin\frac{x^2}{y^4}$$

$$4.\quad \psi(x,y)=2y\exp(2x-y)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=y^{-2x}.$$

XI. Найти полный дифференциал второго порядка функции $z=3x^4y-4x^3+4y^2-1$ в точке $D(-1;1)$.

XII. Доказать, что функция $z=x^y-2$ является решением уравнения

$$y\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}-(1+y\ln x)\frac{\partial z}{\partial x}=0.$$

XIII. Исследовать на экстремум функции

$$1.\quad g(x,y)=1+15x-2x^2-xy-2y^2\quad 2.\quad f(x,y)=4(x-6)^2+4y^2-6.$$

XIV. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=3-2x^2-xy-y^2+1$ в замкнутой области $D: x\le 1,\ \ y\ge 0,\ \ y\le x$.

XV. Найти уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z=2x^2-2xy+3y-4$ в точке $E(1;-2;-4)$.

РГР "Второй семестр."Часть III.
Функции нескольких переменных Вариант 13

I. Построить области определения следующих функций:

$$1.\quad z=\sqrt{x+y-1}\quad 2.\quad u=\arcsin(9-x^2-y^2)\quad 3.\quad f(x,y)=\ln xy.$$

II. Построить линии уровня следующих функций:

$$1.\quad z=\sqrt{x+y}\quad 2.\quad u=\frac{y}{4x}\quad 3.\quad f(x,y)=y^2-x.$$

III. Найти частные производные первого порядка:

$$1.\quad z=3x^2-2y-9x^4\sqrt{y}-4\quad 2.\quad f(x,y)=\frac{x^2-y}{x+4y}\quad 3.\quad g(x,y)=\frac{x}{y^3}$$
$$4.\quad \psi(x,y)=x^4(3y-2\sin x)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=\ln 2x^6y^3\quad 6.\quad F(x,y)=\arccos(8x-3y).$$

IV. Найти градиент функции $f(x,y)=4x-x^4y^2-y+4$ и вычислить его модуль в точке $A(1;-1)$.

V. Найти производную функции $g(x,y)=\dfrac{5y}{x-4y}$ по направлению $\vec{a}=\{3;4\}$.
Вычислить ее значение в точке $(1;-1)$.

VI. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z=4x-6y^2-2x^3y^5-1$ и вычислить его значение в точке $(1;2)$.

VII. Написать в дифференциальной форме равенство $PV=RT$ (R - постоянная), считая каждую из величин P,V,T функцией, а две другие независимыми переменными.

VIII. Вычислить приближенно $(1,04)^{2,98}\cdot\sqrt{(9,98)^2-(7,96)^2}$.

IX. Оценить абсолютную и относительную ошибки, допущенные при вычислении объема цилиндра высотой $H=30$ и диаметром $D=40$, если цена деления линейки $0,1$.

X. Найти частные производные второго порядка

$$1.\quad z=2y-4x^3y-3x+5\quad 2.\quad f(x,y)=\sin(3x-6y)\quad 3.\quad g(x,y)=\exp\left(\frac{y}{x^2}\right)$$
$$4.\quad \psi(x,y)=x\sin(5y-3x)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=x^{-4y}.$$

XI. Найти полный дифференциал второго порядка функции $z=4x\sqrt[4]{y^3}-4x^4-4y-1$ в точке $D(0;1)$.

XII. Доказать, что функция $z=x\exp\dfrac{y}{x}$ является решением уравнения

$$x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+2xy\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0.$$

XIII. Исследовать на экстремум функции

$$1.\quad g(x,y)=x^2+xy+y^2+4x-6y-2\quad 2.\quad f(x,y)=6-(x-3)^2-4y^2.$$

XIV. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=3x^2-2y^2-2xy-2$ в замкнутой области $D: -2\le x\le 2,\ \ 0\le y\le 4$.

XV. Найти уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z=y^2-4xy+4x^2-3$ в точке $E(-1;1;6)$.

РГР "Второй семестр."Часть III.

Функции нескольких переменных **Вариант 14**

I. Построить области определения следующих функций:

$$1.\quad z=\sqrt{xy}\quad 2.\quad u=\arccos(x+y-4)\quad 3.\quad f(x,y)=\ln(4-x^2-y^2).$$

II. Построить линии уровня следующих функций:

$$1.\quad z=y-3x\quad 2.\quad u=\frac{4x}{y}\quad 3.\quad f(x,y)=x^2y.$$

III. Найти частные производные первого порядка:

$$1.\quad z=3x^5y^6+2x^3-2y-5\qquad 2.\quad f(x,y)=\frac{2y-4x}{5x+y}\quad 3.\quad g(x,y)=\frac{x}{y^4}$$
$$4.\quad \psi(x,y)=\sqrt{x}(2\cos x-3y)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=\ln\frac{5\sqrt{x}}{y^4}\quad 6.\quad F(x,y)=\sin(3x^2-8y).$$

IV. Найти градиент функции $f(x,y)=2x-x^2y^3-4y-5$ и вычислить его модуль в точке $A(1;-1)$.

V. Найти производную функции $g(x,y)=\dfrac{2-y}{5x-3y}$ по направлению $\vec{a}=\{6;-8\}$.
Вычислить ее значение в точке $(2;1)$.

VI. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z=4x^2y^3-4\sqrt{y}+\ln x-6$ и вычислить его значение в точке $(1;9)$.

VII. Написать в дифференциальной форме равенство $PV=RT$ (R - постоянная), считая каждую из величин P,V,T функцией, а две другие независимыми переменными.

VIII. Вычислить приближенно $(1,02)^{6,03}\cdot\sqrt{(12,98)^2-(12,02)^2}$.

IX. Оценить абсолютную и относительную ошибки, допущенные при вычислении плотности тела массой $M=700$ и объемом $V=300^3$, если цена деления весов $0,4$, а при измерении объема допущена ошибка $0,2^3$.

X. Найти частные производные второго порядка

$$1.\quad z=2x^6y^4-5x+3y^2-8\quad 2.\quad f(x,y)=\log_3(x-5y)\quad 3.\quad g(x,y)=\sin\frac{x^4}{y}$$
$$4.\quad \psi(x,y)=e^{5x}\cos(2x-y)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=y^{-7x}.$$

XI. Найти полный дифференциал второго порядка функции $z=4x^5y+3x^2-5y-4$ в точке $D(1;-1)$.

XII. Доказать, что функция $z=\ln(x^2+y^2)+3x-5$ является решением уравнения

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0.$$

XIII. Исследовать на экстремум функции

$$1.\quad g(x,y)=4xy-x^2-6y^2+2x-4y-5\quad 2.\quad f(x,y)=(x+6)^2+6(y-2)^2.$$

XIV. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=x^2+4xy+y^2-8$ в замкнутой области $D: x\geq 3,\ y\geq 1,\ x+y\leq 5$.

XV. Найти уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z=4-3y^2+5xy-4x+1$ в точке $E(1;1;3)$.

РГР "Второй семестр."Часть III.

Функции нескольких переменных **Вариант 15**

I. Построить области определения следующих функций:

$$1.\quad z=\sqrt{x+y}\quad 2.\quad u=\arcsin(4-2x-y)\quad 3.\quad f(x,y)=\ln(x^2-y^2).$$

II. Построить линии уровня следующих функций:

$$1.\quad z=y^2-x\quad 2.\quad u=x+2y\quad 3.\quad f(x,y)=4x^2+y^2.$$

III. Найти частные производные первого порядка:

$$\begin{array}{llllll} 1. & z=x^4-4x^3y^2+5y-6 & 2. & f(x,y)=\dfrac{y-3x}{x+2y} & 3. & g(x,y)=\dfrac{\sqrt{y}}{x^2} \\ 4. & \psi(x,y)=x^3(2\operatorname{arctg}x-2y) & 5. & \varphi(x,y)=\ln 6x^4\sqrt{y} & 6. & F(x,y)=\sin(x^2-4y). \end{array}$$

IV. Найти градиент функции $f(x,y)=4x^5-2x^2y+5y-2$ и вычислить его модуль в точке $A(1;1)$.

V. Найти производную функции $g(x,y)=\dfrac{4y}{3y-6x}$ по направлению $\vec{a}=\{-12;-5\}$. Вычислить ее значение в точке $(-1;1)$.

VI. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z=7x^6y^3+6x-5y^2-2$ и вычислить его значение в точке $(-1;1)$.

VII. Написать в дифференциальной форме равенство $PV=RT$ (R - постоянная), считая каждую из величин P,V,T функцией, а две другие независимыми переменными.

VIII. Вычислить приближенно $(0,99)^{2,04}\cdot\sqrt{(5,97)^2+(8,02)^2}$.

IX. Оценить абсолютную и относительную ошибки, допущенные при вычислении объема цилиндра высотой $H=50$ и диаметром $D=20$, если цена деления линейки $0,2$.

X. Найти частные производные второго порядка

$$\begin{array}{llllll} 1. & z=6x^4y^2-3x^4+2y^7-4 & 2. & f(x,y)=\arccos(x^2-3y) & 3. & g(x,y)=\sin\left(x^3y\right) \\ 4. & \psi(x,y)=\sqrt{6x}\operatorname{ctg}(4x-3y) & 5. & \varphi(x,y)=x^{5y}. & & \end{array}$$

XI. Найти полный дифференциал второго порядка функции $z=4\sqrt{y}x^3-2x^3+3y^2-5$ в точке $D(2;-1)$.

XII. Доказать, что функция $z=2\cos^2\left(y-\dfrac{x}{2}\right)-4$ является решением уравнения

$$2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=0.$$

XIII. Исследовать на экстремум функции

$$1.\quad g(x,y)=x^2+2xy+y^2+6x+2y-5\quad 2.\quad f(x,y)=3(x+4)^2+5y^2-1.$$

XIV. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=x^2-5xy+y^2-3$ в замкнутой области $D: x\ge -1,\ \ y\ge -1,\ \ x+y\le 2$.

XV. Найти уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z=4x^2+3xy+2y^2-4x-4$ в точке $E(1;1;1)$.

РГР "Второй семестр."Часть III.

Функции нескольких переменных **Вариант 16**

I. Построить области определения следующих функций:

$$1.\quad z=\sqrt{x^3y}\quad 2.\quad u=\arccos(x+4y)\quad 3.\quad f(x,y)=\ln(x^2y-1).$$

II. Построить линии уровня следующих функций:

$$1.\quad z=x+y\quad 2.\quad u=\frac{y}{x^2}\quad 3.\quad f(x,y)=x^2-y^2.$$

III. Найти частные производные первого порядка:

$$1.\quad z=3x^6-4xy^3-2y^2+1\quad 2.\quad f(x,y)=\frac{4x-y}{5x+2y}\quad 3.\quad g(x,y)=\frac{\operatorname{tg}x}{2y}$$
$$4.\quad \psi(x,y)=\cos x(5x+y)\qquad 5.\quad \varphi(x,y)=\ln\frac{6\sqrt[6]{y^2}}{x^5}\quad 6.\quad F(x,y)=\log_3(4x-3y).$$

IV. Найти градиент функции $f(x,y)=5y^2+x^4y^3-6x-3$ и вычислить его модуль в точке $A(1;-1)$.

V. Найти производную функции $g(x,y)=\dfrac{2y-5}{x+2y}$ по направлению $\vec{a}=\{-4;-3\}$. Вычислить ее значение в точке $(-1;1)$.

VI. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z=5y-4x^2y^4+\sqrt{x}-1$ и вычислить его значение в точке $(1;1)$.

VII. Написать в дифференциальной форме равенство $PV=RT$ (R - постоянная), считая каждую из величин P,V,T функцией, а две другие независимыми переменными.

VIII. Вычислить приближенно $(0,96)^{4,02}\cdot\sqrt{(9,96)^2-(7,94)^2}$.

IX. Оценить абсолютную и относительную ошибки, допущенные при вычислении плотности тела массой $M=400$ и объемом $V=200^3$, если цена деления весов $0,5$, а при измерении объема допущена ошибка $0,2^3$.

X. Найти частные производные второго порядка

$$1.\quad z=5x^2y^3+2x-4y-3\quad 2.\quad f(x,y)=\arcsin(3x-4y)\quad 3.\quad g(x,y)=\cos\frac{x^2}{y^6}$$
$$4.\quad \psi(x,y)=4x\sin(y-2x)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=y^{-6x}.$$

XI. Найти полный дифференциал второго порядка функции $z=4x^4-xy^2-2y-2$ в точке $D(-1;2)$.

XII. Доказать, что функция $z=\sin(x+y^2)+1$ является решением уравнения

$$\frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}-\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=0.$$

XIII. Исследовать на экстремум функции

$$1.\quad g(x,y)=xy-x^2-y^2+4\quad 2.\quad f(x,y)=3x^2+(y-4)^2-2.$$

XIV. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=3y^2-2xy-x^2-5$ в замкнутой области $D: x\le 0,\ \ y\le 0,\ \ x+y+3\ge 0$.

XV. Найти уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z=x^2-2xy+5y-3$ в точке $E(2;-1;0)$.

РГР "Второй семестр."Часть III.
Функции нескольких переменных Вариант 17

I. Построить области определения следующих функций:

$$1.\quad z=\sqrt{36-x^2-y^2}\quad 2.\quad u=\arccos(2x+y)\quad 3.\quad f(x,y)=\ln(2x-y).$$

II. Построить линии уровня следующих функций:

$$1.\quad z=\frac{x^2}{4}+y^2\quad 2.\quad u=\frac{6x}{y}\quad 3.\quad f(x,y)=y^2-4x.$$

III. Найти частные производные первого порядка:

$$1.\quad z=5x^4y^2-2x^3-5y-3\quad 2.\quad f(x,y)=\frac{4x-8y}{3x+2y}\quad 3.\quad g(x,y)=\frac{x^5}{y^6}$$
$$4.\quad \psi(x,y)=\sqrt{y}(e^x-5y)\qquad 5.\quad \varphi(x,y)=\ln\frac{2x^2}{y^5}\qquad 6.\quad F(x,y)=\sin(5y-4x).$$

IV. Найти градиент функции $f(x,y)=3x-4y-xy^2+1$ и вычислить его модуль в точке $A(1;-1)$.

V. Найти производную функции $g(x,y)=\dfrac{2-y}{4x+y}$ по направлению $\vec{a}=\{6;-8\}$.
Вычислить ее значение в точке $(1;-3)$.

VI. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z=3x^4y^6-2y^2+3x-5$ и вычислить его значение в точке $(1;-1)$.

VII. Написать в дифференциальной форме равенство $PV=RT$ (R - постоянная), считая каждую из величин P,V,T функцией, а две другие независимыми переменными.

VIII. Вычислить приближенно $(0,99)^{6,04}\cdot\sqrt{(4,01)^2+(2,98)^2}$.

IX. Оценить абсолютную и относительную ошибки, допущенные при вычислении плотности тела массой $M=500$ и объемом $V=250^3$, если цена деления весов $0,2$, а при измерении объема допущена ошибка $0,1^3$.

X. Найти частные производные второго порядка

$$1.\quad z=3x^5\sqrt{y}-2x^3-4y^5+3\quad 2.\quad f(x,y)=\ln(x-3y)\quad 3.\quad g(x,y)=\cos\frac{y^4}{x}$$
$$4.\quad \psi(x,y)=e^{3y}\log_3(x+3y)\qquad 5.\quad \varphi(x,y)=y^{-2x}.$$

XI. Найти полный дифференциал второго порядка функции $z=6xy^2-5y-2x+6$ в точке $D(1;2)$.

XII. Доказать, что функция $z=\ln(x^2+y^2+4x-3)$ является решением уравнения

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0.$$

XIII. Исследовать на экстремум функции

$$1.\quad g(x,y)=2+6y-x^2-xy-y^2\quad 2.\quad f(x,y)=7x^2+(y-5)^2.$$

XIV. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=4x^2+2y^2-5$ в замкнутой области $D: x\geq 0,\ \ y\geq 0,\ \ x+y\leq 5$.

XV. Найти уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z=y^2+4xy-3x+1$ в точке $E(1;-1;-5)$.

РГР "Второй семестр."Часть III.

Функции нескольких переменных **Вариант 18**

I. Построить области определения следующих функций:

$$1.\quad z=\sqrt{\frac{x}{y^3}}\quad 2.\quad u=\arcsin(x^2+y^2-2)\quad 3.\quad f(x,y)=\ln(1-y-x).$$

II. Построить линии уровня следующих функций:

$$1.\quad z=y^2-x^2+1\quad 2.\quad u=xy\quad 3.\quad f(x,y)=x^2+4y^2.$$

III. Найти частные производные первого порядка:

$$1.\quad z=2x^4y^8-x^3-2y+5\quad 2.\quad f(x,y)=\frac{x+5y}{2x-5y}\quad 3.\quad g(x,y)=\frac{\sqrt{x}}{y}$$
$$4.\quad \psi(x,y)=e^x(2x-3y^2)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=\ln 6x^5y^4\quad 6.\quad F(x,y)=\arcsin(x^2-4y).$$

IV. Найти градиент функции $f(x,y)=4x-3x-2x^2y^3+4$ и вычислить его модуль в точке $A(1;1)$.

V. Найти производную функции $g(x,y)=\dfrac{4x}{2x-y}$ по направлению $\vec{a}=\{-4;3\}$. Вычислить ее значение в точке $(1;1)$.

VI. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z=2x^4y^3-3\sqrt[3]{x}-6y^4-2$ и вычислить его значение в точке $(1;-1)$.

VII. Написать в дифференциальной форме равенство $PV=RT$ (R - постоянная), считая каждую из величин P,V,T функцией, а две другие независимыми переменными.

VIII. Вычислить приближенно $(1,02)^{3,97}\cdot\sqrt{(12,03)^2+(4,99)^2}$.

IX. Оценить абсолютную и относительную ошибки, допущенные при вычислении объема цилиндра высотой $H=60$ и диаметром $D=30$, если цена деления линейки $0,1$.

X. Найти частные производные второго порядка

$$1.\quad z=5x^3y+4x^3-2y^7-3\quad 2.\quad f(x,y)=\cos(y-5x)\quad 3.\quad g(x,y)=\sin\left(xy^3\right)$$
$$4.\quad \psi(x,y)=\sqrt{y}\,\mathrm{ctg}(6y-2x)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=x^{-6y}.$$

XI. Найти полный дифференциал второго порядка функции $z=2\sqrt{y}x-x^3-4y-1$ в точке $D(-1;1)$.

XII. Доказать, что функция $z=\ln(x+e^{-y)}$ является решением уравнения

$$\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}-\frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=0.$$

XIII. Исследовать на экстремум функции

$$1.\quad g(x,y)=x^2-xy+y^2+2x-4y\quad 2.\quad f(x,y)=(x-1)^2+4y^2.$$

XIV. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=5-4x^2-xy-y^2$ в замкнутой области $D: x\geq 0,\ \ y\leq 1,\ \ x\leq y$.

XV. Найти уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z=3x^2-4xy-5y-1$ в точке $E(1;1;-7)$.

РГР "Второй семестр."Часть III.

Функции нескольких переменных **Вариант 19**

I. Построить области определения следующих функций:

$$1.\quad z=\sqrt{x-2y}\quad 2.\quad u=\arccos(x+y)\quad 3.\quad f(x,y)=\ln(x^2+y^2-16).$$

II. Построить линии уровня следующих функций:

$$1.\quad z=xy\quad 2.\quad u=\frac{x}{y}\quad 3.\quad f(x,y)=x^2+y^2.$$

III. Найти частные производные первого порядка:

$$1.\quad z=4x^5-3y^4-2x^2y-3y-4\quad 2.\quad f(x,y)=\frac{6x+3y}{2x-y}\quad 3.\quad g(x,y)=\frac{\cos x}{y^2}$$

$$4.\quad \psi(x,y)=\operatorname{arctg}x(4x-3y)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=\ln\frac{4y^3}{x^2}\quad 6.\quad F(x,y)=\sin(2x-5y^2).$$

IV. Найти градиент функции $f(x,y)=5x^2+x^3y-2y$ и вычислить его модуль в точке $A(2;-1)$.

V. Найти производную функции $g(x,y)=\dfrac{5y-1}{4x+5y}$ по направлению $\vec{a}=\{4;-3\}$. Вычислить ее значение в точке $(-1;1)$.

VI. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z=3x^4y^3-5y+2x^4-1$ и вычислить его значение в точке $(-1;1)$.

VII. Написать в дифференциальной форме равенство $PV=RT$ (R - постоянная), считая каждую из величин P,V,T функцией, а две другие независимыми переменными.

VIII. Вычислить приближенно $(1,03)^{3,95}\cdot\sqrt{(7,96)^2+(5,98)^2}$.

IX. Оценить абсолютную и относительную ошибки, допущенные при вычислении плотности тела массой $M=900$ и объемом $V=100^3$, если цена деления весов $0,5$, а при измерении объема допущена ошибка $0,2^3$.

X. Найти частные производные второго порядка

$$1.\quad z=4\sqrt[4]{x^2}y^8-4x^5+3y-5\quad 2.\quad f(x,y)=\exp(2y-3x)\quad 3.\quad g(x,y)=\cos\frac{y^4}{x^6}$$

$$4.\quad \psi(x,y)=4x\sin(2x-y)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=y^{-5x}.$$

XI. Найти полный дифференциал второго порядка функции $z=2x^4y^2-3x^5+2y^3-2$ в точке $D(1;-2)$.

XII. Доказать, что функция $z=x^y$ является решением уравнения

$$y\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}-(1+y\ln x)\frac{\partial z}{\partial x}=0.$$

XIII. Исследовать на экстремум функции

$$1.\quad g(x,y)=4xy-x^2-2y^2+4\quad 2.\quad f(x,y)=2(y-5)^2+4x^2.$$

XIV. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=x^2+4y^2+2x-y+2$ в замкнутой области $D: x\geq 1,\ \ y\geq -1,\ \ x+y\leq 2.$

XV. Найти уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z=2x^2-5xy+3x-2$ в точке $E(2;1;-2)$.

РГР "Второй семестр."Часть III.

Функции нескольких переменных **Вариант 20**

I. Построить области определения следующих функций:

$$1. \quad z = \sqrt{xy - 2} \quad 2. \quad u = \arcsin(x^2 + y^2 - 4) \quad 3. \quad f(x, y) = \ln(4 - x - y) + \ln y.$$

II. Построить линии уровня следующих функций:

$$1. \quad z = \sqrt{x - y} \quad 2. \quad u = \frac{y}{3x} \quad 3. \quad f(x, y) = y^2 - x.$$

III. Найти частные производные первого порядка:

$$1. \quad z = 5x - 9x^4\sqrt{y} - 4y - 5 \quad 2. \quad f(x, y) = \frac{x - y^2}{2x - 6y} \quad 3. \quad g(x, y) = \frac{x^2}{y^3}$$
$$4. \quad \psi(x, y) = y^5(3x - 2\sin y) \quad 5. \quad \varphi(x, y) = \ln 2x^4y^6 \quad 6. \quad F(x, y) = \arccos(3x - 4y).$$

IV. Найти градиент функции $f(x, y) = x - x^3y - y^2 + 2$ и вычислить его модуль в точке $A(2; -2)$.

V. Найти производную функции $g(x, y) = \dfrac{4x}{2x - y}$ по направлению $\vec{a} = \{-3; 4\}$.
Вычислить ее значение в точке $(-1; -1)$.

VI. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z = 6x^2 - 3x^3y^4 + 5y - 3$ и вычислить его значение в точке $(1; 2)$.

VII. Написать в дифференциальной форме равенство $PV = RT$ (R - постоянная), считая каждую из величин P, V, T функцией, а две другие независимыми переменными.

VIII. Вычислить приближенно $(1,02)^{5,96} \cdot \sqrt{(4,99)^2 - (3,03)^2}$.

IX. Оценить абсолютную и относительную ошибки, допущенные при вычислении объема цилиндра высотой $H = 30$ и диаметром $D = 20$, если цена деления линейки $0,1$.

X. Найти частные производные второго порядка

$$1. \quad z = 2x^6y - 2y + 3x^2 + 7 \quad 2. \quad f(x, y) = \sin(x - 5y) \quad 3. \quad g(x, y) = \exp\left(\frac{x^2}{y}\right)$$
$$4. \quad \psi(x, y) = x\ln(5x - 3y) \quad 5. \quad \varphi(x, y) = x^{-4y}.$$

XI. Найти полный дифференциал второго порядка функции $z = 4x\sqrt{y} - 3x^4 + 6y - 1$ в точке $D(0; 1)$.

XII. Доказать, что функция $z = x\exp\dfrac{y}{x}$ является решением уравнения

$$x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

XIII. Исследовать на экстремум функции

$$1. \quad g(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 2x - 4y - 2 \quad 2. \quad f(x, y) = 2(x - 3)^2 + 5y^2 - 1.$$

XIV. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = 3x^2 + 4y^2 - 2xy + 1$ в замкнутой области $D : -1 \leq x \leq 1, \ 0 \leq y \leq 3$.

XV. Найти уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z = 2x^2 - 5xy + 3y - 1$ в точке $E(-1; 1; 9)$.

РГР "Второй семестр."Часть III.
Функции нескольких переменных **Вариант 21**

I. Построить области определения следующих функций:

$$1. \quad z = \sqrt{xy} \quad 2. \quad u = \arccos(x + y - 3) \quad 3. \quad f(x, y) = \ln(x^2 - y^2).$$

II. Построить линии уровня следующих функций:

$$1. \quad z = y - 2x \quad 2. \quad u = \frac{4x}{y} \quad 3. \quad f(x, y) = x^2 y.$$

III. Найти частные производные первого порядка:

$$1. \quad z = 4x^3y^6 - 5x^2 + 5y - 3 \quad 2. \quad f(x, y) = \frac{6x - y}{x + 5y} \quad 3. \quad g(x, y) = \frac{x}{y^4}$$
$$4. \quad \psi(x, y) = \sqrt{x}(\cos x - 2y) \quad 5. \quad \varphi(x, y) = \ln \frac{4\sqrt{x}}{y^3} \quad 6. \quad F(x, y) = \sin(2y - 5x^2).$$

IV. Найти градиент функции $f(x, y) = 5y + x^2y^2 - 3x + 5$ и вычислить его модуль в точке $A(1; 1)$.

V. Найти производную функции $g(x, y) = \dfrac{2 - y}{3x - 4y}$ по направлению $\vec{a} = \{6; -8\}$.
Вычислить ее значение в точке $(1; 1)$.

VI. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z = 3x^2y^4 - 6\sqrt{y} + \ln x + 2$ и вычислить его значение в точке $(1; 1)$.

VII. Написать в дифференциальной форме равенство $PV = RT$ (R - постоянная), считая каждую из величин P, V, T функцией, а две другие независимыми переменными.

VIII. Вычислить приближенно $(1,05)^{6,96} \cdot \sqrt{(9,96)^2 - (6,02)^2}$.

IX. Оценить абсолютную и относительную ошибки, допущенные при вычислении плотности тела массой $M = 400$ и объемом $V = 200^3$, если цена деления весов $0,2$, а при измерении объема допущена ошибка $0,2^3$.

X. Найти частные производные второго порядка

$$1. \quad z = 3x^2y^3 - 2x - 4y^2 + 3 \quad 2. \quad f(x, y) = \operatorname{ctg}(x - 2y) \quad 3. \quad g(x, y) = \sin \frac{x^2}{y}$$
$$4. \quad \psi(x, y) = e^{5x} \log_5(2x - y) \quad 5. \quad \varphi(x, y) = y^{-2x}.$$

XI. Найти полный дифференциал второго порядка функции $z = x^4y - 4x^6 + 2y - 3$ в точке $D(1; -1)$.

XII. Доказать, что функция $z = \ln(x^2 + y^2) - 4x + 3$ является решением уравнения

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

XIII. Исследовать на экстремум функции

$$1. \quad g(x, y) = 3xy^4 - 4x^2 - 6y^2 + 2x - 4y - 6 \quad 2. \quad f(x, y) = 2(x - 5)^2 + (y + 3)^2.$$

XIV. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + xy - 4$ в замкнутой области $D : x \geq 1, \ \ y \geq 1, \ \ x + y \leq 5$.

XV. Найти уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z = 3y - 6y^2 + xy + 4x + 3$ в точке $E(2; 1; 10)$.

РГР "Второй семестр."Часть III.

Функции нескольких переменных **Вариант 22**

I. Построить области определения следующих функций:

$$1.\quad z=\sqrt{4x-y}\quad 2.\quad u=\arcsin(2-x-y)\quad 3.\quad f(x,y)=\ln(25-x^2-y^2).$$

II. Построить линии уровня следующих функций:

$$1.\quad z=y-x^2\quad 2.\quad u=x+2y\quad 3.\quad f(x,y)=x^2+4y^2-2.$$

III. Найти частные производные первого порядка:

$$1.\quad z=x^4-x^3y^2+4y-2\qquad 2.\quad f(x,y)=\frac{y-5x}{3x+2y}\qquad 3.\quad g(x,y)=\frac{\sqrt{y}}{x^2}$$
$$4.\quad \psi(x,y)=x^3(2\operatorname{arctg}x-6y)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=\ln 5x^4\sqrt{y}\quad 6.\quad F(x,y)=\sin(x^2-3y).$$

IV. Найти градиент функции $f(x,y)=6x^3-x^2y-2y$ и вычислить его модуль в точке $A(1;-1)$.

V. Найти производную функции $g(x,y)=\dfrac{3y}{5y-x}$ по направлению $\vec{a}=\{-12;5\}$.
Вычислить ее значение в точке $(1;-1)$.

VI. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z=7x^4y^2-3x+2y^2-8$ и вычислить его значение в точке $(-1;2)$.

VII. Написать в дифференциальной форме равенство $PV=RT$ (R - постоянная), считая каждую из величин P,V,T функцией, а две другие независимыми переменными.

VIII. Вычислить приближенно $(1,01)^{8,94}\cdot\sqrt{(5,97)^2+(8,04)^2}$.

IX. Оценить абсолютную и относительную ошибки, допущенные при вычислении объема цилиндра высотой $H=40$ и диаметром $D=50$, если цена деления линейки $0,2$.

X. Найти частные производные второго порядка

$$1.\quad z=3x^6y^3+4x^4-2y^9+4\quad 2.\quad f(x,y)=\arccos(4y-x^2)\quad 3.\quad g(x,y)=\sin\left(x^2y\right)$$
$$4.\quad \psi(x,y)=\sqrt{2x}\operatorname{ctg}(x+4y)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=x^{-2y}.$$

XI. Найти полный дифференциал второго порядка функции $z=6\sqrt{y}x^4-6x^4+4y^2-1$ в точке $D(-1;1)$.

XII. Доказать, что функция $z=2\cos^2\left(y-\dfrac{x}{2}\right)$ является решением уравнения

$$2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=0.$$

XIII. Исследовать на экстремум функции

$$1.\quad g(x,y)=2^2+4xy+2y^2+6x+4y+3\quad 2.\quad f(x,y)=(x-4)^2+2y^2-4.$$

XIV. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=3x^2-6xy+y^2-2$ в замкнутой области $D: x\geq-1,\ \ y\geq-1,\ \ x+y\leq 2$.

XV. Найти уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z=x^2+6xy-4y-4$ в точке $E(1;1;-1)$.

РГР "Второй семестр."Часть III.

Функции нескольких переменных **Вариант 23**

I. Построить области определения следующих функций:

$$1.\quad z = \sqrt{x^2 - y} \quad 2.\quad u = \arccos(4x + y) \quad 3.\quad f(x, y) = \ln x^3 y.$$

II. Построить линии уровня следующих функций:

$$1.\quad z = x + 2y \quad 2.\quad u = \frac{x^2}{y} \quad 3.\quad f(x, y) = x^2 - y^2.$$

III. Найти частные производные первого порядка:

$$1.\quad z = 6y^3 - 4xy^3 - 2x^2 + 6 \quad 2.\quad f(x, y) = \frac{5x - y}{2x + 3y} \quad 3.\quad g(x, y) = \frac{\operatorname{tg} x}{2y}$$

$$4.\quad \psi(x, y) = \cos x(2x - 8y) \quad 5.\quad \varphi(x, y) = \ln \frac{\sqrt{y^4}}{x^3} \quad 6.\quad F(x, y) = \log_2(5x - 4y).$$

IV. Найти градиент функции $f(x, y) = 4y^3 + x^6 y^4 - 2x + 3$ и вычислить его модуль в точке $A(-1; -1)$.

V. Найти производную функции $g(x, y) = \dfrac{2x - 3}{x + 2y}$ по направлению $\vec{a} = \{-4; -3\}$. Вычислить ее значение в точке $(1; 1)$.

VI. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z = 4x - 4x^2 y^4 + \sqrt{y} - 2$ и вычислить его значение в точке $(-1; 1)$.

VII. Написать в дифференциальной форме равенство $PV = RT$ (R - постоянная), считая каждую из величин P, V, T функцией, а две другие независимыми переменными.

VIII. Вычислить приближенно $(0,96)^{3,05} \cdot \sqrt{(9,99)^2 - (6,02)^2}$.

IX. Оценить абсолютную и относительную ошибки, допущенные при вычислении плотности тела массой $M = 100$ и объемом $V = 90^3$, если цена деления весов $0,1$, а при измерении объема допущена ошибка $0,2^3$.

X. Найти частные производные второго порядка

$$1.\quad z = 2x^5 y^7 + 3x - 5y - 6 \quad 2.\quad f(x, y) = \arcsin(2y - 3x) \quad 3.\quad g(x, y) = \cos \frac{x^5}{y^2}$$

$$4.\quad \psi(x, y) = 4y \sin(3y - x) \quad 5.\quad \varphi(x, y) = y^{-6x}.$$

XI. Найти полный дифференциал второго порядка функции $z = 7xy^2 + 3x^3 - 2y - 2$ в точке $D(-1; 2)$.

XII. Доказать, что функция $z = \sin(x + y^2)$ является решением уравнения

$$\frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0.$$

XIII. Исследовать на экстремум функции

$$1.\quad g(x, y) = xy - x^2 - y^2 + 6 \quad 2.\quad f(x, y) = 4x^2 + (y + 3)^2 - 5.$$

XIV. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = 4 + 6xy - x^2$ в замкнутой области $D : x \le 0,\ \ y \le 0,\ \ x + y + 3 \ge 0$.

XV. Найти уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z = 4x^2 - 3xy - 4y - 2$ в точке $E(2; 1; 4)$.

РГР "Второй семестр."Часть III.
Функции нескольких переменных Вариант 24

I. Построить области определения следующих функций:

$$1.\quad z=\sqrt{x^2+y^2-16}\quad 2.\quad u=\arcsin(6x-y)\quad 3.\quad f(x,y)=\ln(x-y)+\ln y.$$

II. Построить линии уровня следующих функций:

$$1.\quad z=y^2-x^2\quad 2.\quad u=3x-y\quad 3.\quad f(x,y)=y+x^2.$$

III. Найти частные производные первого порядка:

$$1.\quad z=x^2y^6-4x+2y^3-6\quad 2.\quad f(x,y)=\frac{y-4x}{x+2y}\quad 3.\quad g(x,y)=\frac{y^2}{x^4}$$
$$4.\quad \psi(x,y)=x^4(2y+3\cos x)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=\ln 2x^3y^3\quad 6.\quad F(x,y)=\cos(2x^5-9y).$$

IV. Найти градиент функции $f(x,y)=2y-4x^2y^2+3x+2$ и вычислить его модуль в точке $A(1;-2)$.

V. Найти производную функции $g(x,y)=\dfrac{6y}{4x-y}$ по направлению $\vec{a}=\{4;3\}$.
Вычислить ее значение в точке $(1;2)$.

VI. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z=5x^3-4x^2y^3-3y+1$ и вычислить его значение в точке $(-1;2)$.

VII. Написать в дифференциальной форме равенство $PV=RT$ (R - постоянная), считая каждую из величин P,V,T функцией, а две другие независимыми переменными.

VIII. Вычислить приближенно $(1,03)^{7,96}\cdot\sqrt{(13,04)^2-(11,99)^2}$.

IX. Оценить абсолютную и относительную ошибки, допущенные при вычислении объема цилиндра высотой $H=30$ и диаметром $D=50$, если цена деления линейки $0,1$.

X. Найти частные производные второго порядка

$$1.\quad z=x^2y^3-6x^4-7y^5-1\quad 2.\quad f(x,y)=\sin(2x+y)\quad 3.\quad g(x,y)=\exp\left(\frac{x}{y^2}\right)$$
$$4.\quad \psi(x,y)=x^3\ln(2y-3x)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=x^{-2y}.$$

XI. Найти полный дифференциал второго порядка функции $z=4x^2y^3-3x+5y-2$ в точке $D(-1;1)$.

XII. Доказать, что функция $z=e^{xy}$ является решением уравнения

$$y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}-2xy\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+2xyz=0.$$

XIII. Исследовать на экстремум функции

$$1.\quad g(x,y)=4-6x-x^2-xy-y^2\quad 2.\quad f(x,y)=4(x-6)^2+y^2+5.$$

XIV. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=4^2+y^2-6xy+5$ в замкнутой области $D: 0\le x\le 3,\ \ 0\le y\le 3$.

XV. Найти уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z=2x^2+3xy-4y+5$ в точке $E(-1;1;0)$.

РГР "Второй семестр."Часть III.

Функции нескольких переменных **Вариант 25**

I. Построить области определения следующих функций:

$$1.\quad z=\sqrt{x^2+y^2-16}\quad 2.\quad u=\arccos(4x-y)\quad 3.\quad f(x,y)=\ln(2y+x).$$

II. Построить линии уровня следующих функций:

$$1.\quad z=\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}\quad 2.\quad u=\frac{4x}{y}\quad 3.\quad f(x,y)=y^2+x.$$

III. Найти частные производные первого порядка:

$$1.\quad z=4x^3y^5-2x^2-6y+4\quad 2.\quad f(x,y)=\frac{x-4y}{6x-2y}\quad 3.\quad g(x,y)=\frac{x^2}{y}$$
$$4.\quad \psi(x,y)=\sqrt{x}(\operatorname{tg}y-4x)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=\ln\frac{3y^2}{x^5}\quad 6.\quad F(x,y)=\sin(2y-3x^2).$$

IV. Найти градиент функции $f(x,y)=4x-x^3y^2-2$ и вычислить его модуль в точке $A(1;1)$.

V. Найти производную функции $g(x,y)=\dfrac{4-x}{4x+3y}$ по направлению $\vec{a}=\{-6;8\}$.
Вычислить ее значение в точке $(1;-1)$.

VI. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z=x^5y^2-3y^2+3y-2$ и вычислить его значение в точке $(1;2)$.

VII. Написать в дифференциальной форме равенство $PV=RT$ (R - постоянная), считая каждую из величин P,V,T функцией, а две другие независимыми переменными.

VIII. Вычислить приближенно $(0,98)^{4,01}\cdot\sqrt{(4,01)^2+(2,97)^2}$.

IX. Оценить абсолютную и относительную ошибки, допущенные при вычислении плотности тела массой $M=500$ и объемом $V=300^3$, если цена деления весов $0,2$, а при измерении объема допущена ошибка $0,1^3$.

X. Найти частные производные второго порядка

$$1.\quad z=4y^3\sqrt{x}+2x-3y+1\quad 2.\quad f(x,y)=\operatorname{tg}(3y-x)\quad 3.\quad g(x,y)=\cos\frac{x^4}{y^2}$$
$$4.\quad \psi(x,y)=e^{3y}\log_3(4x-y)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=y^{6x}.$$

XI. Найти полный дифференциал второго порядка функции $z=2xy^2+4y-3x-6$ в точке $D(1;2)$.

XII. Доказать, что функция $z=\ln(x^2+y^2+3y-4)$ является решением уравнения

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0.$$

XIII. Исследовать на экстремум функции

$$1.\quad g(x,y)=5-3y+x^2+xy+y^2\quad 2.\quad f(x,y)=6x^2+(y+8)^2.$$

XIV. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=4x^2+y^2-5$ в замкнутой области $D: x\ge 0,\ y\ge 0,\ x+y\le 5$.

XV. Найти уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z=4x^2-6xy-5y-1$ в точке $E(1;-1;14)$.

РГР "Второй семестр."Часть III.

Функции нескольких переменных **Вариант 26**

I. Построить области определения следующих функций:

$$1. \quad z = \sqrt{\frac{x}{y^3}} \quad 2. \quad u = \arcsin(x^2 + y^2 - 2) \quad 3. \quad f(x,y) = \ln(1 - y - x).$$

II. Построить линии уровня следующих функций:

$$1. \quad z = y^2 - x^2 + 1 \quad 2. \quad u = xy \quad 3. \quad f(x,y) = x^2 + 4y^2.$$

III. Найти частные производные первого порядка:

$$1. \quad z = 2x^4y^8 - x^3 - 2y + 5 \quad 2. \quad f(x,y) = \frac{x+5y}{2x-5y} \quad 3. \quad g(x,y) = \frac{\sqrt{x}}{y}$$
$$4. \quad \psi(x,y) = e^x(2x - 3y^2) \quad 5. \quad \varphi(x,y) = \ln 6x^5y^4 \quad 6. \quad F(x,y) = \arcsin(x^2 - 4y).$$

IV. Найти градиент функции $f(x,y) = 4x - 3x - 2x^2y^3 + 4$ и вычислить его модуль в точке $A(1;1)$.

V. Найти производную функции $g(x,y) = \dfrac{4x}{2x-y}$ по направлению $\vec{a} = \{-4;3\}$. Вычислить ее значение в точке $(1;1)$.

VI. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z = 2x^4y^3 - 3\sqrt[3]{x} - 6y^4 - 2$ и вычислить его значение в точке $(1;-1)$.

VII. Написать в дифференциальной форме равенство $PV = RT$ (R - постоянная), считая каждую из величин P, V, T функцией, а две другие независимыми переменными.

VIII. Вычислить приближенно $(1,02)^{3,97} \cdot \sqrt{(12,03)^2 + (4,99)^2}$.

IX. Оценить абсолютную и относительную ошибки, допущенные при вычислении объема цилиндра высотой $H = 60$ и диаметром $D = 30$, если цена деления линейки $0,1$.

X. Найти частные производные второго порядка

$$1. \quad z = 5x^3y + 4x^3 - 2y^7 - 3 \quad 2. \quad f(x,y) = \cos(y - 5x) \quad 3. \quad g(x,y) = \sin\left(xy^3\right)$$
$$4. \quad \psi(x,y) = \sqrt{y}\,\mathrm{ctg}(6y - 2x) \quad 5. \quad \varphi(x,y) = x^{-6y}.$$

XI. Найти полный дифференциал второго порядка функции $z = 2\sqrt{y}x - x^3 - 4y - 1$ в точке $D(-1;1)$.

XII. Доказать, что функция $z = \ln(x + e^{-y})$ является решением уравнения

$$\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0.$$

XIII. Исследовать на экстремум функции

$$1. \quad g(x,y) = x^2 - xy + y^2 + 2x - 4y \quad 2. \quad f(x,y) = (x-1)^2 + 4y^2.$$

XIV. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = 5 - 4x^2 - xy - y^2$ в замкнутой области $D: x \geq 0,\ \ y \leq 1,\ \ x \leq y$.

XV. Найти уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z = 3x^2 - 4xy - 5y - 1$ в точке $E(1;1;-7)$.

РГР "Второй семестр."Часть III.

Функции нескольких переменных **Вариант 27**

I. Построить области определения следующих функций:

$$1.\quad z=\sqrt{xy}\quad 2.\quad u=\arccos(x+y-3)\quad 3.\quad f(x,y)=\ln(x^2-y^2).$$

II. Построить линии уровня следующих функций:

$$1.\quad z=y-2x\quad 2.\quad u=\frac{4x}{y}\quad 3.\quad f(x,y)=x^2y.$$

III. Найти частные производные первого порядка:

$$1.\quad z=4x^3y^6-5x^2+5y-3\quad 2.\quad f(x,y)=\frac{6x-y}{x+5y}\quad 3.\quad g(x,y)=\frac{x}{y^4}$$
$$4.\quad \psi(x,y)=\sqrt{x}(\cos x-2y)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=\ln\frac{4\sqrt{x}}{y^3}\quad 6.\quad F(x,y)=\sin(2y-5x^2).$$

IV. Найти градиент функции $f(x,y)=5y+x^2y^2-3x+5$ и вычислить его модуль в точке $A(1;1)$.

V. Найти производную функции $g(x,y)=\dfrac{2-y}{3x-4y}$ по направлению $\vec{a}=\{6;-8\}$. Вычислить ее значение в точке $(1;1)$.

VI. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z=3x^2y^4-6\sqrt{y}+\ln x+2$ и вычислить его значение в точке $(1;1)$.

VII. Написать в дифференциальной форме равенство $PV=RT$ (R - постоянная), считая каждую из величин P,V,T функцией, а две другие независимыми переменными.

VIII. Вычислить приближенно $(1,05)^{6,96}\cdot\sqrt{(9,96)^2-(6,02)^2}$.

IX. Оценить абсолютную и относительную ошибки, допущенные при вычислении плотности тела массой $M=400$ и объемом $V=200^3$, если цена деления весов $0,2$, а при измерении объема допущена ошибка $0,2^3$.

X. Найти частные производные второго порядка

$$1.\quad z=3x^2y^3-2x-4y^2+3\quad 2.\quad f(x,y)=\operatorname{ctg}(x-2y)\quad 3.\quad g(x,y)=\sin\frac{x^2}{y}$$
$$4.\quad \psi(x,y)=e^{5x}\log_5(2x-y)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=y^{-2x}.$$

XI. Найти полный дифференциал второго порядка функции $z=x^4y-4x^6+2y-3$ в точке $D(1;-1)$.

XII. Доказать, что функция $z=\ln(x^2+y^2)-4x+3$ является решением уравнения

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0.$$

XIII. Исследовать на экстремум функции

$$1.\quad g(x,y)=3xy^4-4x^2-6y^2+2x-4y-6\quad 2.\quad f(x,y)=2(x-5)^2+(y+3)^2.$$

XIV. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=x^2+xy-4$ в замкнутой области $D: x\geq 1,\ \ y\geq 1,\ \ x+y\leq 5.$

XV. Найти уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z=3y-6y^2+xy+4x+3$ в точке $E(2;1;10)$.

РГР "Второй семестр."Часть III.

Функции нескольких переменных **Вариант 28**

I. Построить области определения следующих функций:

$$1.\quad z=\sqrt{x^2+y^2-16}\quad 2.\quad u=\arcsin(6x-y)\quad 3.\quad f(x,y)=\ln(x-y)+\ln y.$$

II. Построить линии уровня следующих функций:

$$1.\quad z=y^2-x^2\quad 2.\quad u=3x-y\quad 3.\quad f(x,y)=y+x^2.$$

III. Найти частные производные первого порядка:

$$1.\quad z=x^2y^6-4x+2y^3-6\quad 2.\quad f(x,y)=\frac{y-4x}{x+2y}\quad 3.\quad g(x,y)=\frac{y^2}{x^4}$$
$$4.\quad \psi(x,y)=x^4(2y+3\cos x)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=\ln 2x^3y^3\quad 6.\quad F(x,y)=\cos(2x^5-9y).$$

IV. Найти градиент функции $f(x,y)=2y-4x^2y^2+3x+2$ и вычислить его модуль в точке $A(1;-2)$.

V. Найти производную функции $g(x,y)=\dfrac{6y}{4x-y}$ по направлению $\vec{a}=\{4;3\}$.
Вычислить ее значение в точке $(1;2)$.

VI. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z=5x^3-4x^2y^3-3y+1$ и вычислить его значение в точке $(-1;2)$.

VII. Написать в дифференциальной форме равенство $PV=RT$ (R - постоянная), считая каждую из величин P,V,T функцией, а две другие независимыми переменными.

VIII. Вычислить приближенно $(1,03)^{7,96}\cdot\sqrt{(13,04)^2-(11,99)^2}$.

IX. Оценить абсолютную и относительную ошибки, допущенные при вычислении объема цилиндра высотой $H=30$ и диаметром $D=50$, если цена деления линейки $0,1$.

X. Найти частные производные второго порядка

$$1.\quad z=x^2y^3-6x^4-7y^5-1\quad 2.\quad f(x,y)=\sin(2x+y)\quad 3.\quad g(x,y)=\exp\left(\frac{x}{y^2}\right)$$
$$4.\quad \psi(x,y)=x^3\ln(2y-3x)\quad 5.\quad \varphi(x,y)=x^{-2y}.$$

XI. Найти полный дифференциал второго порядка функции $z=4x^2y^3-3x+5y-2$ в точке $D(-1;1)$.

XII. Доказать, что функция $z=e^{xy}$ является решением уравнения

$$y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}-2xy\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+2xyz=0.$$

XIII. Исследовать на экстремум функции

$$1.\quad g(x,y)=4-6x-x^2-xy-y^2\quad 2.\quad f(x,y)=4(x-6)^2+y^2+5.$$

XIV. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=4^2+y^2-6xy+5$ в замкнутой области $D:0\le x\le 3,\ \ 0\le y\le 3$.

XV. Найти уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z=2x^2+3xy-4y+5$ в точке $E(-1;1;0)$.