

I. Найдите частные производные первого порядка:

$$\begin{array}{ll} 1. & z = 5x^4y^2 - 3x^2 + 2y - 1 \\ 2. & f(x, y) = \frac{2x - y}{4x + 3y} \\ 3. & \varphi(x, y) = \ln 5x^2y^8 \\ 4. & F(x, y) = \cos(3x^2 - 4y). \end{array}$$

II. Найдите градиент функции $f(x, y) = 4x + 3x^2y^3 - 2$ и вычислите его модуль в точке $A(-1; 2)$.

III. Найдите производную функции $g(x, y) = \frac{2x}{x + 4y}$ по направлению $\vec{a} = \{4; -3\}$.

Вычислите ее значение в точке $(2; 1)$.

IV. Найдите полный дифференциал первого порядка функции $z = 4x^2 - 3x^2y^3 + 4y - 2$ и вычислите его значение в точке $(-1; 2)$.

V. Найдите частные производные второго порядка

$$1. \quad z = 2x^4y^2 - 3x^6 + 2y^2 - 5 \quad 2. \quad f(x, y) = \sin(x + 2y)$$

VI. Найдите полный дифференциал второго порядка функции $z = 3x^2y - 2x^3 + 4y - 1$ в точке $D(1; -1)$.

VII. Докажите, что функция $z = e^{xy}$ является решением уравнения

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2xyz = 0.$$

VIII. Исследуйте на экстремум функции

$$1. \quad g(x, y) = x^2 - 2xy + y^2 - 2x - 2y - 1 \quad 2. \quad f(x, y) = 3(x - 2)^2 + 4y^2.$$

IX. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + 5y^2 - 4xy + 3$ в замкнутой области $D: 0 \leq x \leq 3, x \leq y \leq 3$.

X. Найдите уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z = 4x^2 - xy + 3y^2 - 5$ в точке $E(-1; 1; 3)$.

I. Найдите частные производные первого порядка:

1. $z = 3x^3y^4 + 2x^3 - 5y + 4$ 2. $f(x, y) = \frac{x + 2y}{3x - 2y}$
3. $\varphi(x, y) = \ln \frac{3x^2}{y^4}$ 4. $F(x, y) = \sin(5y - 4x^2)$.

II. Найдите градиент функции $f(x, y) = 4y - xy^2 + 5$ и вычислите его модуль в точке $A(1; -2)$.

III. Найдите производную функции $g(x, y) = \frac{3 - y}{2x + y}$ по направлению $\vec{a} = \{6; 8\}$.

Вычислите ее значение в точке $(1; 3)$.

IV. Найдите полный дифференциал первого порядка функции $z = 2x^5y^2 - 6y^2 + 3x + 1$ и вычислите его значение в точке $(1; -4)$.

V. Найдите частные производные второго порядка

1. $z = 5x^3\sqrt{y} + 2x^3 - 3y^5 + 3$ 2. $f(x, y) = \operatorname{tg}(3x - y)$

VI. Найдите полный дифференциал второго порядка функции $z = 4xy^2 + 5y - 2x + 3$ в точке $D(3; 2)$.

VII. Докажите, что функция $z = \ln(x^2 + y^2 + 2x + 1)$ является решением уравнения

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

VIII. Исследуйте на экстремум функции

1. $g(x, y) = 1 + 4y - x^2 - xy - y^2$ 2. $f(x, y) = 3x^2 + (y + 2)^2$.

IX. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + 2y^2 - 3$ в замкнутой области $D : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 4$.

X. Найдите уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z = 4y^2 + 2xy - 5x + 2$ в точке $E(1; -1; -1)$.

I. Найдите частные производные первого порядка:

1. $z = 7x^6y^8 + 8x^3 - 2y + 5$ 2. $f(x, y) = \frac{4x + 5y}{2x - 7y}$
3. $\varphi(x, y) = \ln 4x^3y^4$ 4. $F(x, y) = \arcsin(x^2 - 2y)$.

II. Найдите градиент функции $f(x, y) = 4y - 2x^2y^3 + 4$ и вычислите его модуль в точке $A(2; 2)$.

III. Найдите производную функции $g(x, y) = \frac{4x}{2x - y}$ по направлению $\vec{a} = \{-5; 12\}$.

Вычислите ее значение в точке $(1; 0)$.

IV. Найдите полный дифференциал первого порядка функции $z = 8x^5y^3 + 3\sqrt[3]{x} - 6y^4 - 7$ и вычислите его значение в точке $(-1; 1)$.

V. Найдите частные производные второго порядка

1. $z = 8x^5y^2 + 3x^3 - 9y^7 + 4$ 2. $f(x, y) = \cos(4y - x)$

VI. Найдите полный дифференциал второго порядка функции $z = 2\sqrt{xy} - x^4 + 6y - 3$ в точке $D(1; -3)$.

VII. Докажите, что функция $z = \ln(x + e^{-y})$ является решением уравнения

$$\frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0.$$

VIII. Исследуйте на экстремум функции

1. $g(x, y) = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y$ 2. $f(x, y) = (x - 5)^2 + 6y^2$.

IX. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = 3 - 2x^2 - xy - y^2$ в замкнутой области $D: x \leq 1, y \geq 0, y \leq x$.

X. Найдите уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z = 4x^2 - 3xy - 5y - 2$ в точке $E(1; -1; 10)$.

I. Найдите частные производные первого порядка:

1. $z = 3x^5 - 8y^4 - 2x^2y - 3y + 4$ 2. $f(x, y) = \frac{4x + y}{2x - y}$
3. $\varphi(x, y) = \ln \frac{3y^4}{x^2}$ 4. $F(x, y) = \sin(2x - 3y^2)$.

II. Найдите градиент функции $f(x, y) = 5y^2 + x^2y - 2$ и вычислите его модуль в точке $A(2; -3)$.

III. Найдите производную функции $g(x, y) = \frac{3y - 1}{4x + 5y}$ по направлению $\vec{a} = \{4; -3\}$.

Вычислите ее значение в точке $(1; 0)$.

IV. Найдите полный дифференциал первого порядка функции $z = 8x^4y^3 - 6y + 3x^4 - 6$ и вычислите его значение в точке $(-1; 2)$.

V. Найдите частные производные второго порядка

1. $z = 3\sqrt[3]{x^2y^4} - 8x^5 + 6y - 2$ 2. $f(x, y) = e^{3y-4x}$

VI. Найдите полный дифференциал второго порядка функции $z = 2x^3y^2 - 4x^5 + 4y^3 - 2$ в точке $D(-1; 2)$.

VII. Докажите, что функция $z = x^y$ является решением уравнения

$$y \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - (1 + y \ln x) \frac{\partial z}{\partial x} = 0.$$

VIII. Исследуйте на экстремум функции

1. $g(x, y) = xy - 3x^2 - 2y^2 + 4$ 2. $f(x, y) = (y - 3)^2 + 4x^2$.

IX. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + 3y^2 + x - y + 2$ в замкнутой области $D : x \geq 1, y \geq -1, x + y \leq 1$.

X. Найдите уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z = 2y^2 - 6xy + 7x - 1$ в точке $E(2; 1; 3)$.

I. Найдите частные производные первого порядка:

1. $z = 6y - 9x^4\sqrt{y} - 3x + 4y - 5$ 2. $f(x, y) = \frac{x - y^2}{3x + 6y}$
3. $\varphi(x, y) = \ln 2x^9y^4$ 4. $F(x, y) = \arccos(3x - 8y)$.

II. Найдите градиент функции $f(x, y) = 10x - x^3y - y^2 + 4$ и вычислите его модуль в точке $A(1; -2)$.

III. Найдите производную функции $g(x, y) = \frac{3x}{x - 2y}$ по направлению $\vec{a} = \{-3; -4\}$.

Вычислите ее значение в точке $(2; -1)$.

IV. Найдите полный дифференциал первого порядка функции $z = 6y^2 - 3x^3y^4 + 5x - 6$ и вычислите его значение в точке $(-1; -2)$.

V. Найдите частные производные второго порядка

1. $z = 5x^6y - 2x + 3y^2 + 5$ 2. $f(x, y) = \sin(x - 4y)$

VI. Найдите полный дифференциал второго порядка функции $z = 8x\sqrt{y} - 2x^4 + 6y - 2$ в точке $D(0; 1)$.

VII. Докажите, что функция $z = x \exp \frac{y}{x}$ является решением уравнения

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

VIII. Исследуйте на экстремум функции

1. $g(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 6x - 10y - 5$ 2. $f(x, y) = 4(x + 1)^2 + 7y^2 - 3$.

IX. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + 2y^2 - 2xy + 8$ в замкнутой области $D: -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.

X. Найдите уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z = x^2 - 5xy + 4y - 1$ в точке $E(-1; 1; 17)$.

I. Найдите частные производные первого порядка:

1. $z = 5x^4y^7 - 6x^8 + 2y - 3$ 2. $f(x, y) = \frac{4x - 2y}{x + 5y}$
3. $\varphi(x, y) = \ln \frac{3\sqrt{x}}{y^6}$ 4. $F(x, y) = \sin(4y - 3x^2)$.

II. Найдите градиент функции $f(x, y) = 5x + x^2y^2 - 3y + 5$ и вычислите его модуль в точке $A(1; 1)$.

III. Найдите производную функции $g(x, y) = \frac{2 - x}{4x - 3y}$ по направлению $\vec{a} = \{6; -8\}$.

Вычислите ее значение в точке $(1; 1)$.

IV. Найдите полный дифференциал первого порядка функции $z = 4x^2y^4 - 5\sqrt{y} + \ln x + 1$ и вычислите его значение в точке $(1; 4)$.

V. Найдите частные производные второго порядка

1. $z = 6x^2y^3 - 2x - 4y^2 + 3$ 2. $f(x, y) = \operatorname{ctg}(x - 5y)$

VI. Найдите полный дифференциал второго порядка функции $z = 5x^4y - 2x^6 + 2y - 2$ в точке $D(1; -1)$.

VII. Докажите, что функция $z = \ln(x^2 + y^2)$ является решением уравнения

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

VIII. Исследуйте на экстремум функции

1. $g(x, y) = 2xy - 4x^2 - 6y^2 + 2x - 4y - 6$ 2. $f(x, y) = 6(x - 1)^2 + (y + 3)^2$.

IX. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + xy - 8$ в замкнутой области $D : x \geq 2, y \geq 1, x + y \leq 5$.

X. Найдите уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z = 3 - 6y^2 + xy + 4x + 1$ в точке $E(2; 1; 8)$.

I. Найдите частные производные первого порядка:

$$\begin{array}{ll} 1. & z = 6x^4 - x^3y^2 + 7y - 2 \\ 2. & f(x, y) = \frac{4y - 5x}{3x + 2y} \\ 3. & \varphi(x, y) = \ln 4x^4\sqrt{y} \\ 4. & F(x, y) = \sin(x^2 - 2y). \end{array}$$

II. Найдите градиент функции $f(x, y) = 4x^3 - x^2y - 2y$ и вычислите его модуль в точке $A(-1; -1)$.

III. Найдите производную функции $g(x, y) = \frac{3x}{2y - x}$ по направлению $\vec{a} = \{-12; 5\}$.

Вычислите ее значение в точке $(1; 1)$.

IV. Найдите полный дифференциал первого порядка функции $z = 6x^7y^2 - 4x + 3y^2 - 8$ и вычислите его значение в точке $(-1; 2)$.

V. Найдите частные производные второго порядка

$$1. \quad z = 4x^6y^3 + 4x^4 - 2y^9 + 4 \quad 2. \quad f(x, y) = \arccos(2y - 5x)$$

VI. Найдите полный дифференциал второго порядка функции $z = 6\sqrt{y}x^5 - 2x^4 + 4y^2 - 1$ в точке $D(-1; 1)$.

VII. Докажите, что функция $z = 2 \cos^2\left(y - \frac{x}{2}\right)$ является решением уравнения

$$2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0.$$

VIII. Исследуйте на экстремум функции

$$1. \quad g(x, y) = x^2 + 2xy + y^2 + 8x + 4y + 3 \quad 2. \quad f(x, y) = (x - 4)^2 + 2y^2 - 7.$$

IX. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = 5x^2 - 3xy + y^2 - 2$ в замкнутой области $D: x \geq -1, y \geq -1, x + y \leq 1$.

X. Найдите уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z = 3x^2 + 6xy - 2y - 4$ в точке $E(1; 1; 3)$.

I. Найдите частные производные первого порядка:

1. $z = 3y^6 - 2xy^3 - 2x^2 + 6$ 2. $f(x, y) = \frac{3x - y}{2x + 5y}$
3. $\varphi(x, y) = \ln \frac{5\sqrt[5]{y^4}}{x^3}$ 4. $F(x, y) = \log_2(3x - 4y)$.

II. Найдите градиент функции $f(x, y) = 2y^5 + x^3y^4 - 2x + 3$ и вычислите его модуль в точке $A(1; -1)$.

III. Найдите производную функции $g(x, y) = \frac{2x - 5}{x + 2y}$ по направлению $\vec{a} = \{-4; -3\}$.

Вычислите ее значение в точке $(1; 1)$.

IV. Найдите полный дифференциал первого порядка функции $z = 5x - 4x^2y^4 + \sqrt{y} - 2$ и вычислите его значение в точке $(-1; 1)$.

V. Найдите частные производные второго порядка

1. $z = 2x^5y^7 + 4x - 2y - 1$ 2. $f(x, y) = \arcsin(3y - 4x)$

VI. Найдите полный дифференциал второго порядка функции $z = 2xy^2 + 3x^3 - 2y - 2$ в точке $D(-1; 2)$.

VII. Докажите, что функция $z = \sin(x + y^2)$ является решением уравнения

$$\frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0.$$

VIII. Исследуйте на экстремум функции

1. $g(x, y) = xy - x^2 - y^2 + 3$ 2. $f(x, y) = 5x^2 + (y + 1)^2 - 4$.

IX. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = 6 + 2xy - x^2$ в замкнутой области $D: x \leq 0, y \leq 0, x + y + 2 \geq 0$.

X. Найдите уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z = y^2 - 5xy - 4x - 2$ в точке $E(2; -1; 1)$.

I. Найдите частные производные первого порядка:

$$\begin{array}{ll} 1. & z = 3x^2y^6 - 4x + 2y^3 - 6 \\ 2. & f(x, y) = \frac{y - 2x}{x + 2y} \\ 3. & \varphi(x, y) = \ln 2x^5y^3 \\ 4. & F(x, y) = \cos(2x^4 - 3y). \end{array}$$

II. Найдите градиент функции $f(x, y) = 2x - 4x^2y^2 + 2$ и вычислите его модуль в точке $A(1; -2)$.

III. Найдите производную функции $g(x, y) = \frac{6x}{3x + y}$ по направлению $\vec{a} = \{4; 3\}$.

Вычислите ее значение в точке $(1; 2)$.

IV. Найдите полный дифференциал первого порядка функции $z = 4x^3 + 4x^2y^3 - 4y + 1$ и вычислите его значение в точке $(-1; -2)$.

V. Найдите частные производные второго порядка

$$1. \quad z = x^4y^3 - 4x^4 - 2y^5 - 1 \quad 2. \quad f(x, y) = \sin(3x + y)$$

VI. Найдите полный дифференциал второго порядка функции $z = 4x^2y^3 - 2x + 4y - 2$ в точке $D(-1; 1)$.

VII. Докажите, что функция $z = e^{xy}$ является решением уравнения

$$y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xyz = 0.$$

VIII. Исследуйте на экстремум функции

$$1. \quad g(x, y) = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2 \quad 2. \quad f(x, y) = 4(x + 2)^2 + y^2 + 5.$$

IX. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + y^2 - 9xy + 1$ в замкнутой области $D: 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 3$.

X. Найдите уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z = 3x^2 + 4xy - 3y + 5$ в точке $E(-1; 1; 1)$.

I. Найдите частные производные первого порядка:

1. $z = 4x^3y^5 - 2x^2 - 6y + 4$ 2. $f(x, y) = \frac{x - 4y}{6x - 2y}$
3. $\varphi(x, y) = \ln \frac{3y^2}{x^5}$ 4. $F(x, y) = \sin(2y - 3x^2)$.

II. Найдите градиент функции $f(x, y) = 4x - x^3y^2 - 2$ и вычислите его модуль в точке $A(1; 1)$.

III. Найдите производную функции $g(x, y) = \frac{4 - x}{4x + 3y}$ по направлению $\vec{a} = \{-6; 8\}$.
Вычислите ее значение в точке $(1; -1)$.

IV. Найдите полный дифференциал первого порядка функции $z = x^5y^2 - 3y^2 + 3y - 2$ и вычислите его значение в точке $(1; 2)$.

V. Найдите частные производные второго порядка

1. $z = 4y^3\sqrt{x} + 2x - 3y + 1$ 2. $f(x, y) = \operatorname{tg}(3y - x)$

VI. Найдите полный дифференциал второго порядка функции $z = 2xy^2 + 4y - 3x - 6$ в точке $D(1; 2)$.

VII. Докажите, что функция $z = \ln(x^2 + y^2 + 3y - 4)$ является решением уравнения

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

VIII. Исследуйте на экстремум функции

1. $g(x, y) = 5 - 3y + x^2 + xy + y^2$ 2. $f(x, y) = 6x^2 + (y + 8)^2$.

IX. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = 4x^2 + y^2 - 5$ в замкнутой области $D: x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 5$.

X. Найдите уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z = 4x^2 - 6xy - 5y - 1$ в точке $E(1; -1; 14)$.

I. Найдите частные производные первого порядка:

$$\begin{array}{ll} 1. & z = 2x^3y^4 - 3x^4 + 2y - 6 \\ 2. & f(x, y) = \frac{4x - 3y}{2x + y} \\ 3. & \varphi(x, y) = \ln 6x^2y^5 \\ 4. & F(x, y) = \arcsin(x^2 - 4y). \end{array}$$

II. Найдите градиент функции $f(x, y) = 4x - 2x^2y^4 - 3$ и вычислите его модуль в точке $A(-1; 1)$.

III. Найдите производную функции $g(x, y) = \frac{4x}{x - 2y}$ по направлению $\vec{a} = \{-4; -3\}$.

Вычислите ее значение в точке $(0; 1)$.

IV. Найдите полный дифференциал первого порядка функции $z = x^3y^2 - 4\sqrt{x} - 6y^2 + 4$ и вычислите его значение в точке $(1; 1)$.

V. Найдите частные производные второго порядка

$$1. \quad z = 2x^4y^5 - 3x^3 + 6y^4 - 2 \quad 2. \quad f(x, y) = \cos(4x - y)$$

VI. Найдите полный дифференциал второго порядка функции $z = 3\sqrt{xy^2} - 2x^4 + 3y - 1$ в точке $D(1; -1)$.

VII. Докажите, что функция $z = \ln 2(x + e^{-y})$ является решением уравнения

$$\frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0.$$

VIII. Исследуйте на экстремум функции

$$1. \quad g(x, y) = x^2 + 4xy + y^2 - 8x - 4y - 1 \quad 2. \quad f(x, y) = 4x^2 + (y - 4)^2 + 3.$$

IX. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + 2y^2 - 6$ в замкнутой области $D: x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 4$.

X. Найдите уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z = 4y^2 - 3xy + x - 5y + 4$ в точке $E(1; 1; 7)$.

I. Найдите частные производные первого порядка:

1. $z = 3x^2 - 6y^3 - 4x^2y^5 + 1$ 2. $f(x, y) = \frac{5x - 4y}{2x + 3y}$
3. $\varphi(x, y) = \ln \frac{3y^5}{x^4}$ 4. $F(x, y) = \sin(4x - 3y^2)$.

II. Найдите градиент функции $f(x, y) = 5x^2 + x^2y - 2y + 3$ и вычислите его модуль в точке $A(-2; 1)$.

III. Найдите производную функции $g(x, y) = \frac{3x - 4}{2x + 3y}$ по направлению $\vec{a} = \{-4; -3\}$.
Вычислите ее значение в точке $(1; -1)$.

IV. Найдите полный дифференциал первого порядка функции $z = 2x^2 - 3x^4y^2 - 4y + 5$ и вычислите его значение в точке $(-1; 1)$.

V. Найдите частные производные второго порядка

1. $z = 4\sqrt[4]{x^3y^2} - 4x^3 - 2y + 6$ 2. $f(x, y) = e^{5x-3y}$

VI. Найдите полный дифференциал второго порядка функции $z = 3x^4y - 4x^3 + 4y^2 - 1$ в точке $D(-1; 1)$.

VII. Докажите, что функция $z = x^y - 2$ является решением уравнения

$$y \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - (1 + y \ln x) \frac{\partial z}{\partial x} = 0.$$

VIII. Исследуйте на экстремум функции

1. $g(x, y) = 1 + 15x - 2x^2 - xy - 2y^2$ 2. $f(x, y) = 4(x - 6)^2 + 4y^2 - 6$.

IX. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = 3 - 2x^2 - xy - y^2 + 1$ в замкнутой области $D: x \leq 1, y \geq 0, y \leq x$.

X. Найдите уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z = 2x^2 - 2xy + 3y - 4$ в точке $E(1; -2; -4)$.

I. Найдите частные производные первого порядка:

1. $z = 3x^2 - 2y - 9x^4\sqrt{y} - 4$ 2. $f(x, y) = \frac{x^2 - y}{x + 4y}$
3. $\varphi(x, y) = \ln 2x^6y^3$ 4. $F(x, y) = \arccos(8x - 3y)$.

II. Найдите градиент функции $f(x, y) = 4x - x^4y^2 - y + 4$ и вычислите его модуль в точке $A(1; -1)$.

III. Найдите производную функции $g(x, y) = \frac{5y}{x - 4y}$ по направлению $\vec{a} = \{3; 4\}$.

Вычислите ее значение в точке $(1; -1)$.

IV. Найдите полный дифференциал первого порядка функции $z = 4x - 6y^2 - 2x^3y^5 - 1$ и вычислите его значение в точке $(1; 2)$.

V. Найдите частные производные второго порядка

1. $z = 2y - 4x^3y - 3x + 5$ 2. $f(x, y) = \sin(3x - 6y)$

VI. Найдите полный дифференциал второго порядка функции $z = 4x\sqrt[4]{y^3} - 4x^4 - 4y - 1$ в точке $D(0; 1)$.

VII. Докажите, что функция $z = x \exp \frac{y}{x}$ является решением уравнения

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

VIII. Исследуйте на экстремум функции

1. $g(x, y) = x^2 + xy + y^2 + 4x - 6y - 2$ 2. $f(x, y) = 6 - (x - 3)^2 - 4y^2$.

IX. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = 3x^2 - 2y^2 - 2xy - 2$ в замкнутой области $D: -2 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 4$.

X. Найдите уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z = y^2 - 4xy + 4x^2 - 3$ в точке $E(-1; 1; 6)$.

I. Найдите частные производные первого порядка:

1. $z = 3x^5y^6 + 2x^3 - 2y - 5$ 2. $f(x, y) = \frac{2y - 4x}{5x + y}$
3. $\varphi(x, y) = \ln \frac{5\sqrt{x}}{y^4}$ 4. $F(x, y) = \sin(3x^2 - 8y)$.

II. Найдите градиент функции $f(x, y) = 2x - x^2y^3 - 4y - 5$ и вычислите его модуль в точке $A(1; -1)$.

III. Найдите производную функции $g(x, y) = \frac{2 - y}{5x - 3y}$ по направлению $\vec{a} = \{6; -8\}$.

Вычислите ее значение в точке $(2; 1)$.

IV. Найдите полный дифференциал первого порядка функции $z = 4x^2y^3 - 4\sqrt{y} + \ln x - 6$ и вычислите его значение в точке $(1; 9)$.

V. Найдите частные производные второго порядка

1. $z = 2x^6y^4 - 5x + 3y^2 - 8$ 2. $f(x, y) = \log_3(x - 5y)$

VI. Найдите полный дифференциал второго порядка функции $z = 4x^5y + 3x^2 - 5y - 4$ в точке $D(1; -1)$.

VII. Докажите, что функция $z = \ln(x^2 + y^2) + 3x - 5$ является решением уравнения

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

VIII. Исследуйте на экстремум функции

1. $g(x, y) = 4xy - x^2 - 6y^2 + 2x - 4y - 5$ 2. $f(x, y) = (x + 6)^2 + 6(y - 2)^2$.

IX. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + 4xy + y^2 - 8$ в замкнутой области $D : x \geq 3, y \geq 1, x + y \leq 5$.

X. Найдите уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z = 4 - 3y^2 + 5xy - 4x + 1$ в точке $E(1; 1; 3)$.

I. Найдите частные производные первого порядка:

$$\begin{array}{ll} 1. & z = x^4 - 4x^3y^2 + 5y - 6 \\ 2. & f(x, y) = \frac{y - 3x}{x + 2y} \\ 3. & \varphi(x, y) = \ln 6x^4\sqrt{y} \\ 4. & F(x, y) = \sin(x^2 - 4y). \end{array}$$

II. Найдите градиент функции $f(x, y) = 4x^5 - 2x^2y + 5y - 2$ и вычислите его модуль в точке $A(1; 1)$.

III. Найдите производную функции $g(x, y) = \frac{4y}{3y - 6x}$ по направлению $\vec{a} = \{-12; -5\}$.

Вычислите ее значение в точке $(-1; 1)$.

IV. Найдите полный дифференциал первого порядка функции $z = 7x^6y^3 + 6x - 5y^2 - 2$ и вычислите его значение в точке $(-1; 1)$.

V. Найдите частные производные второго порядка

$$1. \quad z = 6x^4y^2 - 3x^4 + 2y^7 - 4 \quad 2. \quad f(x, y) = \arccos(2x - 3y)$$

VI. Найдите полный дифференциал второго порядка функции $z = 4\sqrt{y}x^3 - 2x^3 + 3y^2 - 5$ в точке $D(2; -1)$.

VII. Докажите, что функция $z = 2 \cos^2\left(y - \frac{x}{2}\right) - 4$ является решением уравнения

$$2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0.$$

VIII. Исследуйте на экстремум функции

$$1. \quad g(x, y) = x^2 + 2xy + y^2 + 6x + 2y - 5 \quad 2. \quad f(x, y) = 3(x + 4)^2 + 5y^2 - 1.$$

IX. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 - 5xy + y^2 - 3$ в замкнутой области $D: x \geq -1, y \geq -1, x + y \leq 2$.

X. Найдите уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z = 4x^2 + 3xy + 2y^2 - 4x - 4$ в точке $E(1; 1; 1)$.

I. Найдите частные производные первого порядка:

1. $z = 3x^6 - 4xy^3 - 2y^2 + 1$ 2. $f(x, y) = \frac{4x - y}{5x + 2y}$
3. $\varphi(x, y) = \ln \frac{6\sqrt[6]{y^2}}{x^5}$ 4. $F(x, y) = \log_3(4x - 3y)$.

II. Найдите градиент функции $f(x, y) = 5y^2 + x^4y^3 - 6x - 3$ и вычислите его модуль в точке $A(1; -1)$.

III. Найдите производную функции $g(x, y) = \frac{2y - 5}{x + 2y}$ по направлению $\vec{a} = \{-4; -3\}$.

Вычислите ее значение в точке $(-1; 1)$.

IV. Найдите полный дифференциал первого порядка функции $z = 5y - 4x^2y^4 + \sqrt{x} - 1$ и вычислите его значение в точке $(1; 1)$.

V. Найдите частные производные второго порядка

1. $z = 5x^2y^3 + 2x - 4y - 3$ 2. $f(x, y) = \arcsin(3x - 4y)$

VI. Найдите полный дифференциал второго порядка функции $z = 4x^4 - xy^2 - 2y - 2$ в точке $D(-1; 2)$.

VII. Докажите, что функция $z = \sin(x + y^2) + 1$ является решением уравнения

$$\frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0.$$

VIII. Исследуйте на экстремум функции

1. $g(x, y) = xy - x^2 - y^2 + 4$ 2. $f(x, y) = 3x^2 + (y - 4)^2 - 2$.

IX. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = 3y^2 - 2xy - x^2 - 5$ в замкнутой области $D: x \leq 0, y \leq 0, x + y + 3 \geq 0$.

X. Найдите уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z = x^2 - 2xy + 5y - 3$ в точке $E(2; -1; 0)$.

I. Найдите частные производные первого порядка:

1. $z = 5x^4y^2 - 2x^3 - 5y - 3$ 2. $f(x, y) = \frac{4x - 8y}{3x + 2y}$
3. $\varphi(x, y) = \ln \frac{2x^2}{y^5}$ 4. $F(x, y) = \sin(5y - 4x)$

II. Найдите градиент функции $f(x, y) = 3x - 4y - xy^2 + 1$ и вычислите его модуль в точке $A(1; -1)$.

III. Найдите производную функции $g(x, y) = \frac{2 - y}{4x + y}$ по направлению $\vec{a} = \{6; -8\}$.

Вычислите ее значение в точке $(1; -3)$.

IV. Найдите полный дифференциал первого порядка функции $z = 3x^4y^6 - 2y^2 + 3x - 5$ и вычислите его значение в точке $(1; -1)$.

V. Найдите частные производные второго порядка

1. $z = 3x^5\sqrt{y} - 2x^3 - 4y^5 + 3$ 2. $f(x, y) = \ln(x - 3y)$

VI. Найдите полный дифференциал второго порядка функции $z = 6xy^2 - 5y - 2x + 6$ в точке $D(1; 2)$.

VII. Докажите, что функция $z = \ln(x^2 + y^2 + 4x - 3)$ является решением уравнения

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

VIII. Исследуйте на экстремум функции

1. $g(x, y) = 2 + 6y - x^2 - xy - y^2$ 2. $f(x, y) = 7x^2 + (y - 5)^2$.

IX. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = 4x^2 + 2y^2 - 5$ в замкнутой области $D : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 5$.

X. Найдите уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z = y^2 + 4xy - 3x + 1$ в точке $E(1; -1; -5)$.

I. Найдите частные производные первого порядка:

1. $z = 2x^4y^8 - x^3 - 2y + 5$ 2. $f(x, y) = \frac{x + 5y}{2x - 5y}$
3. $\varphi(x, y) = \ln 6x^5y^4$ 4. $F(x, y) = \arcsin(x^2 - 4y)$.

II. Найдите градиент функции $f(x, y) = 4x - 3x - 2x^2y^3 + 4$ и вычислите его модуль в точке $A(1; 1)$.

III. Найдите производную функции $g(x, y) = \frac{4x}{2x - y}$ по направлению $\vec{a} = \{-4; 3\}$.

Вычислите ее значение в точке $(1; 1)$.

IV. Найдите полный дифференциал первого порядка функции $z = 2x^4y^3 - 3\sqrt[3]{x} - 6y^4 - 2$ и вычислите его значение в точке $(1; -1)$.

V. Найдите частные производные второго порядка

1. $z = 5x^3y + 4x^3 - 2y^7 - 3$ 2. $f(x, y) = \cos(y - 5x)$

VI. Найдите полный дифференциал второго порядка функции $z = 2\sqrt{y}x - x^3 - 4y - 1$ в точке $D(-1; 1)$.

VII. Докажите, что функция $z = \ln(x + e^{-y})$ является решением уравнения

$$\frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0.$$

VIII. Исследуйте на экстремум функции

1. $g(x, y) = x^2 - xy + y^2 + 2x - 4y$ 2. $f(x, y) = (x - 1)^2 + 4y^2$.

IX. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = 5 - 4x^2 - xy - y^2$ в замкнутой области $D: x \geq 0, y \leq 1, x \leq y$.

X. Найдите уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z = 3x^2 - 4xy - 5y - 1$ в точке $E(1; 1; -7)$.

I. Найдите частные производные первого порядка:

1. $z = 4x^5 - 3y^4 - 2x^2y - 3y - 4$ 2. $f(x, y) = \frac{6x + 3y}{2x - y}$
3. $\varphi(x, y) = \ln \frac{4y^3}{x^2}$ 4. $F(x, y) = \sin(2x - 5y^2)$.

II. Найдите градиент функции $f(x, y) = 5x^2 + x^3y - 2y$ и вычислите его модуль в точке $A(2; -1)$.

III. Найдите производную функции $g(x, y) = \frac{5y - 1}{4x + 5y}$ по направлению $\vec{a} = \{4; -3\}$.
Вычислите ее значение в точке $(-1; 1)$.

IV. Найдите полный дифференциал первого порядка функции $z = 3x^4y^3 - 5y + 2x^4 - 1$ и вычислите его значение в точке $(-1; 1)$.

V. Найдите частные производные второго порядка

1. $z = 4\sqrt[4]{x^2y^8} - 4x^5 + 3y - 5$ 2. $f(x, y) = \exp(2y - 3x)$

VI. Найдите полный дифференциал второго порядка функции $z = 2x^4y^2 - 3x^5 + 2y^3 - 2$ в точке $D(1; -2)$.

VII. Докажите, что функция $z = x^y$ является решением уравнения

$$y \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - (1 + y \ln x) \frac{\partial z}{\partial x} = 0.$$

VIII. Исследуйте на экстремум функции

1. $g(x, y) = 4xy - x^2 - 2y^2 + 4$ 2. $f(x, y) = 2(y - 5)^2 + 4x^2$.

IX. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + 4y^2 + 2x - y + 2$ в замкнутой области $D: x \geq 1, y \geq -1, x + y \leq 2$.

X. Найдите уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z = 2x^2 - 5xy + 3x - 2$ в точке $E(2; 1; -2)$.

I. Найдите частные производные первого порядка:

1. $z = 5x - 9x^4\sqrt{y} - 4y - 5$ 2. $f(x, y) = \frac{x - y^2}{2x - 6y}$
3. $\varphi(x, y) = \ln 2x^4y^6$ 4. $F(x, y) = \arccos(3x - 4y)$.

II. Найдите градиент функции $f(x, y) = x - x^3y - y^2 + 2$ и вычислите его модуль в точке $A(2; -2)$.

III. Найдите производную функции $g(x, y) = \frac{4x}{2x - y}$ по направлению $\vec{a} = \{-3; 4\}$.

Вычислите ее значение в точке $(-1; -1)$.

IV. Найдите полный дифференциал первого порядка функции $z = 6x^2 - 3x^3y^4 + 5y - 3$ и вычислите его значение в точке $(1; 2)$.

V. Найдите частные производные второго порядка

1. $z = 2x^6y - 2y + 3x^2 + 7$ 2. $f(x, y) = \sin(x - 5y)$

VI. Найдите полный дифференциал второго порядка функции $z = 4x\sqrt{y} - 3x^4 + 6y - 1$ в точке $D(0; 1)$.

VII. Докажите, что функция $z = x \exp \frac{y}{x}$ является решением уравнения

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

VIII. Исследуйте на экстремум функции

1. $g(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 2x - 4y - 2$ 2. $f(x, y) = 2(x - 3)^2 + 5y^2 - 1$.

IX. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = 3x^2 + 4y^2 - 2xy + 1$ в замкнутой области $D: -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 3$.

X. Найдите уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z = 2x^2 - 5xy + 3y - 1$ в точке $E(-1; 1; 9)$.

I. Найдите частные производные первого порядка:

1. $z = 4x^3y^6 - 5x^2 + 5y - 3$ 2. $f(x, y) = \frac{6x - y}{x + 5y}$
3. $\varphi(x, y) = \ln \frac{4\sqrt{x}}{y^3}$ 4. $F(x, y) = \sin(2y - 5x^2)$.

II. Найдите градиент функции $f(x, y) = 5y + x^2y^2 - 3x + 5$ и вычислите его модуль в точке $A(1; 1)$.

III. Найдите производную функции $g(x, y) = \frac{2 - y}{3x - 4y}$ по направлению $\vec{a} = \{6; -8\}$.

Вычислите ее значение в точке $(1; 1)$.

IV. Найдите полный дифференциал первого порядка функции $z = 3x^2y^4 - 6\sqrt{y} + \ln x + 2$ и вычислите его значение в точке $(1; 1)$.

V. Найдите частные производные второго порядка

1. $z = 3x^2y^3 - 2x - 4y^2 + 3$ 2. $f(x, y) = \operatorname{ctg}(x - 2y)$

VI. Найдите полный дифференциал второго порядка функции $z = x^4y - 4x^6 + 2y - 3$ в точке $D(1; -1)$.

VII. Докажите, что функция $z = \ln(x^2 + y^2) - 4x + 3$ является решением уравнения

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

VIII. Исследуйте на экстремум функции

1. $g(x, y) = 3xy^4 - 4x^2 - 6y^2 + 2x - 4y - 6$ 2. $f(x, y) = 2(x - 5)^2 + (y + 3)^2$.

IX. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + xy - 4$ в замкнутой области $D : x \geq 1, y \geq 1, x + y \leq 5$.

X. Найдите уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z = 3y - 6y^2 + xy + 4x + 3$ в точке $E(2; 1; 10)$.

I. Найдите частные производные первого порядка:

1. $z = x^4 - x^3y^2 + 4y - 2$ 2. $f(x, y) = \frac{y - 5x}{3x + 2y}$
3. $\varphi(x, y) = \ln 5x^4\sqrt{y}$ 4. $F(x, y) = \sin(x^2 - 3y)$.

II. Найдите градиент функции $f(x, y) = 6x^3 - x^2y - 2y$ и вычислите его модуль в точке $A(1; -1)$.

III. Найдите производную функции $g(x, y) = \frac{3y}{5y - x}$ по направлению $\vec{a} = \{-12; 5\}$.

Вычислите ее значение в точке $(1; -1)$.

IV. Найдите полный дифференциал первого порядка функции $z = 7x^4y^2 - 3x + 2y^2 - 8$ и вычислите его значение в точке $(-1; 2)$.

V. Найдите частные производные второго порядка

1. $z = 3x^6y^3 + 4x^4 - 2y^9 + 4$ 2. $f(x, y) = \arccos(4y - x^2)$

VI. Найдите полный дифференциал второго порядка функции $z = 6\sqrt{y}x^4 - 6x^4 + 4y^2 - 1$ в точке $D(-1; 1)$.

VII. Докажите, что функция $z = 2 \cos^2\left(y - \frac{x}{2}\right)$ является решением уравнения

$$2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0.$$

VIII. Исследуйте на экстремум функции

1. $g(x, y) = 2^2 + 4xy + 2y^2 + 6x + 4y + 3$ 2. $f(x, y) = (x - 4)^2 + 2y^2 - 4$.

IX. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = 3x^2 - 6xy + y^2 - 2$ в замкнутой области $D : x \geq -1, y \geq -1, x + y \leq 2$.

X. Найдите уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z = x^2 + 6xy - 4y - 4$ в точке $E(1; 1; -1)$.

I. Найдите частные производные первого порядка:

1. $z = 6y^3 - 4xy^3 - 2x^2 + 6$ 2. $f(x, y) = \frac{5x - y}{2x + 3y}$
3. $\varphi(x, y) = \ln \frac{\sqrt{y^4}}{x^3}$ 4. $F(x, y) = \log_2(5x - 4y)$.

II. Найдите градиент функции $f(x, y) = 4y^3 + x^6y^4 - 2x + 3$ и вычислите его модуль в точке $A(-1; -1)$.

III. Найдите производную функции $g(x, y) = \frac{2x - 3}{x + 2y}$ по направлению $\vec{a} = \{-4; -3\}$.

Вычислите ее значение в точке $(1; 1)$.

IV. Найдите полный дифференциал первого порядка функции $z = 4x - 4x^2y^4 + \sqrt{y} - 2$ и вычислите его значение в точке $(-1; 1)$.

V. Найдите частные производные второго порядка

1. $z = 2x^5y^7 + 3x - 5y - 6$ 2. $f(x, y) = \arcsin(2y - 3x)$

VI. Найдите полный дифференциал второго порядка функции $z = 7xy^2 + 3x^3 - 2y - 2$ в точке $D(-1; 2)$.

VII. Докажите, что функция $z = \sin(x + y^2)$ является решением уравнения

$$\frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0.$$

VIII. Исследуйте на экстремум функции

1. $g(x, y) = xy - x^2 - y^2 + 6$ 2. $f(x, y) = 4x^2 + (y + 3)^2 - 5$.

IX. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = 4 + 6xy - x^2$ в замкнутой области $D: x \leq 0, y \leq 0, x + y + 3 \geq 0$.

X. Найдите уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z = 4x^2 - 3xy - 4y - 2$ в точке $E(2; 1; 4)$.

I. Найдите частные производные первого порядка:

$$\begin{array}{ll} 1. & z = x^2y^6 - 4x + 2y^3 - 6 \\ 2. & f(x, y) = \frac{y - 4x}{x + 2y} \\ 3. & \varphi(x, y) = \ln 2x^3y^3 \\ 4. & F(x, y) = \cos(2x^5 - 9y). \end{array}$$

II. Найдите градиент функции $f(x, y) = 2y - 4x^2y^2 + 3x + 2$ и вычислите его модуль в точке $A(1; -2)$.

III. Найдите производную функции $g(x, y) = \frac{6y}{4x - y}$ по направлению $\vec{a} = \{4; 3\}$.

Вычислите ее значение в точке $(1; 2)$.

IV. Найдите полный дифференциал первого порядка функции $z = 5x^3 - 4x^2y^3 - 3y + 1$ и вычислите его значение в точке $(-1; 2)$.

V. Найдите частные производные второго порядка

$$1. \quad z = x^2y^3 - 6x^4 - 7y^5 - 1 \quad 2. \quad f(x, y) = \sin(2x + y)$$

VI. Найдите полный дифференциал второго порядка функции $z = 4x^2y^3 - 3x + 5y - 2$ в точке $D(-1; 1)$.

VII. Докажите, что функция $z = e^{xy}$ является решением уравнения

$$y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xyz = 0.$$

VIII. Исследуйте на экстремум функции

$$1. \quad g(x, y) = 4 - 6x - x^2 - xy - y^2 \quad 2. \quad f(x, y) = 4(x - 6)^2 + y^2 + 5.$$

IX. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = 4^2 + y^2 - 6xy + 5$ в замкнутой области $D: 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 3$.

X. Найдите уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z = 2x^2 + 3xy - 4y + 5$ в точке $E(-1; 1; 0)$.

I. Найдите частные производные первого порядка:

1. $z = 4x^3y^5 - 2x^2 - 6y + 4$ 2. $f(x, y) = \frac{x - 4y}{6x - 2y}$
3. $\varphi(x, y) = \ln \frac{3y^2}{x^5}$ 4. $F(x, y) = \sin(2y - 3x^2)$.

II. Найдите градиент функции $f(x, y) = 4x - x^3y^2 - 2$ и вычислите его модуль в точке $A(1; 1)$.

III. Найдите производную функции $g(x, y) = \frac{4 - x}{4x + 3y}$ по направлению $\vec{a} = \{-6; 8\}$.
Вычислите ее значение в точке $(1; -1)$.

IV. Найдите полный дифференциал первого порядка функции $z = x^5y^2 - 3y^2 + 3y - 2$ и вычислите его значение в точке $(1; 2)$.

V. Найдите частные производные второго порядка

1. $z = 4y^3\sqrt{x} + 2x - 3y + 1$ 2. $f(x, y) = \operatorname{tg}(3y - x)$

VI. Найдите полный дифференциал второго порядка функции $z = 2xy^2 + 4y - 3x - 6$ в точке $D(1; 2)$.

VII. Докажите, что функция $z = \ln(x^2 + y^2 + 3y - 4)$ является решением уравнения

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

VIII. Исследуйте на экстремум функции

1. $g(x, y) = 5 - 3y + x^2 + xy + y^2$ 2. $f(x, y) = 6x^2 + (y + 8)^2$.

IX. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = 4x^2 + y^2 - 5$ в замкнутой области $D: x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 5$.

X. Найдите уравнение касательной плоскости и уравнения нормали к поверхности $z = 4x^2 - 6xy - 5y - 1$ в точке $E(1; -1; 14)$.