



Электронное научное издание  
«Ученые заметки ТОГУ»  
2017, Том 8, № 3, С. 109 – 118

Свидетельство  
Эл № ФС 77-39676 от 05.05.2010  
[http://pnu.edu.ru/ru/ejournal/about/  
ejournal@pnu.edu.ru](http://pnu.edu.ru/ru/ejournal/about/ejournal@pnu.edu.ru)

УДК 378

© 2017 г. А. С. Шевченко, канд. физ.-мат. наук  
(Рубцовский институт (филиал) Алтайского государственного университета, Рубцовск)  
**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ  
ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА**

В данной статье рассмотрены системы компьютерной алгебры как современное направление развития информационных технологий. Использование систем компьютерной алгебры совместно с технологиями дистанционного обучения дает большие преимущества перед традиционными методами преподавания математических дисциплин.

**Ключевые слова:** системы компьютерной алгебры, Maple, Mathcad Prime, Moodle, дистанционное обучение, информационные технологии.

**A. S. Shevchenko**  
**THE USE OF COMPUTER ALGEBRA SYSTEMS  
FOR EFFECTIVENESS INCREASE OF THE EDUCATIONAL  
PROCESS**

In this article, the computer algebra systems are considered as a modern direction of development of information technologies. The use of computer algebra systems together with distance learning technologies gives great advantages over traditional methods of teaching mathematical disciplines.

**Keywords:** computer algebra systems, Maple, Mathcad Prime, Moodle, distance learning, information technology

ческих задач; снимают психологический барьер у учащихся при изучении различных математических дисциплин, делая их интересными, достаточно простыми и доступными для понимания; повышают интерес к процессу обучения и интенсивность практических занятий; расширяют спектр возможностей преподавателя и круг решаемых задач практического содержания: моделирование физических, химических, экономических процессов и явлений [20]. СКА представляют качественно новый инструмент для преподавания.

Для выделения и постановки конкретных задач использования СКА в учебной деятельности студентами и профессиональной деятельности преподавателями в 2015 году в Рубцовском институте (филиале) АлтГУ было проведено анкетирование. Вопросы анкеты были направлены на выявление того, с какими СКА знакомы преподаватели и студенты, целесообразность их использования в учебном процессе.

Проблема исследования состоит во внедрении СКА в учебные курсы.

На основании проведенного исследования были сделаны следующие выводы:

- проблема подготовки студентов, преподавателей к использованию СКА в процессе обучения математических дисциплин актуальна;
- респонденты, принимающие участие в исследовании, заинтересованы в изучении спектра решаемых математических задачи с помощью математических пакетов;
- основная часть опрошенных уверены, что использование математических пакетов в процессе обучения математических дисциплин позволит сделать процесс обучения более качественным и эффективным.

В современных условиях без использования СКА повышение эффективности обучения просто невозможно.

Самые известные классы систем символьной математики: малая система **Derive**, которая создана на базе языка искусственного интеллекта Lisp, мощная и привлекательная система **Maple**[1] (ядро написано на языке C), **Mathematica**, **Mathcad**(символьные вычисления реализованы на базе ядра Maple) [2] и **MATLAB**[3]. На данный момент существует более 26 СКА.

На мой взгляд, более предпочтительными являются СКА Maple и Mathcad Prime [5].

Maple –самый первый пакет символьной математики, являющийся в настоящее время лидером среди универсальных СКА, который обеспечивает пользователю удобную и интеллектуальную среду для математических исследований. Символьный анализатор пакета Maple включен в ряд таких пакетов, как Mathcad и Matlab. Совместим с издательской системой Latex[3].

Maple объединяет в себе следующие составляющие: мощный язык программирования; редактор для подготовки и редактирования документов и программ;современный многооконный пользовательский интерфейс с возможностью работы в диалоговом режиме; мощную справочную систему; ядро алгоритмов и правил преобразования математических выражений; численный и символьный процессоры; систему диагностики; библиотеки встроенных и дополнительных функций; пакеты функций сторонних производителей и поддержку некоторых других языков программирования и программ [1].

Mathcad – система компьютерной алгебры из класса систем автоматизированного проектирования, ориентированная на подготовку интерактивных документов с вычислениями и визуальным сопровождением, отличается легкостью использования и применения для коллективной работы[4,5].

В состав Mathcad входят несколько интегрированных между собой компонентов: мощный текстовый редактор, позволяющий вводить, редактировать и форматировать как текст, так и математические выражения; вычислительный процессор, умеющий проводить расчеты по введенным формулам, используя встроенные численные методы; символьный процессор, позволяющий проводить аналитические вычисления и являющийся, фактически, системой искусственного интеллекта; огромное хранилище справочной информации, как математической, так и инженерной, оформленной в качестве интерактивной электронной книги [2].

На рисунке 1 приведем пример использования пакета MathcadPrime 3 в математическом анализе.

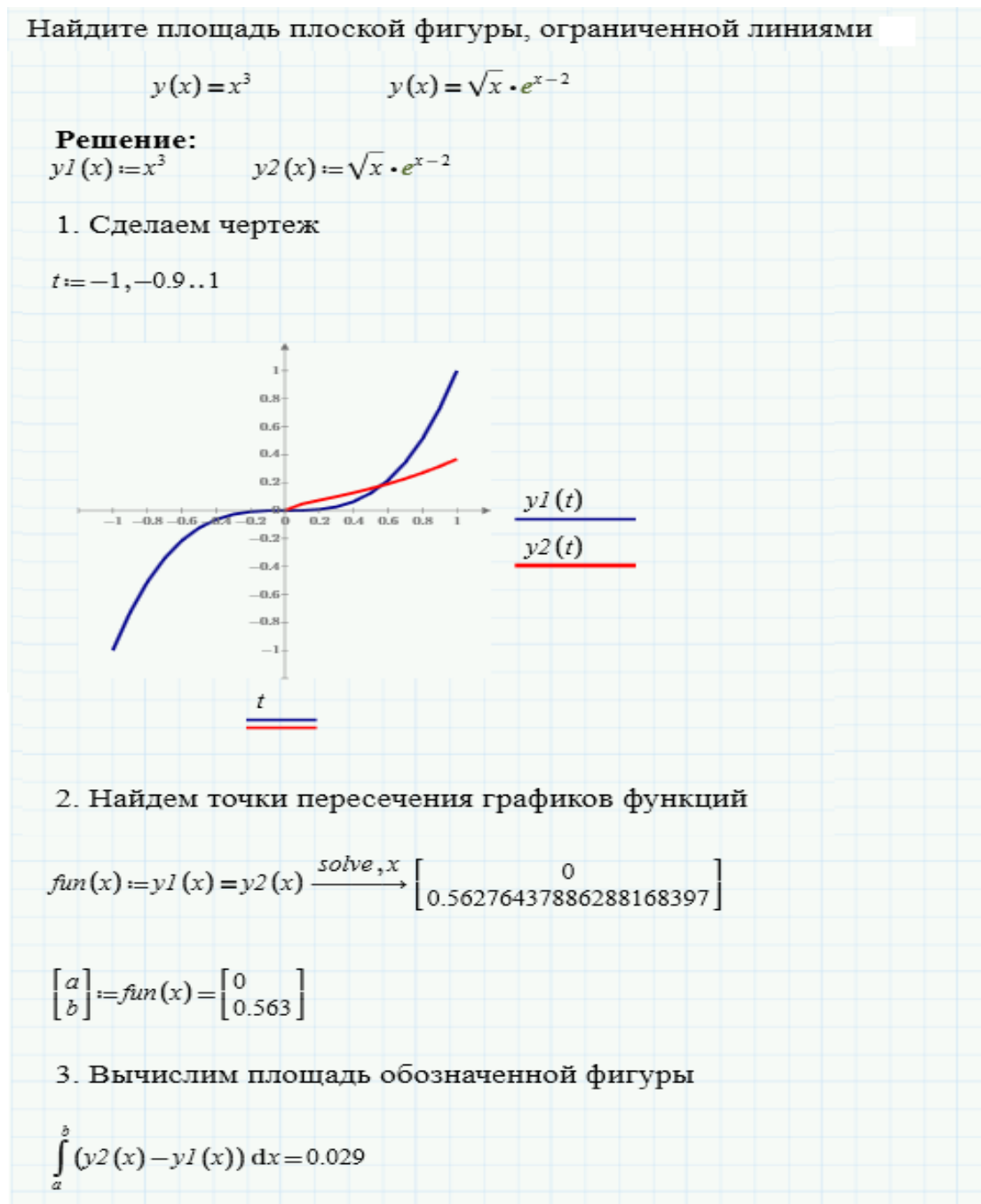


Рис.1. Пример вычисления площади плоской фигуры с помощью определенного

интеграла

С сентября 2015 года математические пакеты внедрены в следующие учебные курсы: «Численные методы», «Теория оптимального управления», «Методы оптимизации». Для соответствующих курсов разработаны и апробированы учебно-методические пособия: «Численные методы», «Лабораторный практикум по численным методам», «Вариационное исчисление», «Решение вариационных задач в пакете Maple», «Методы оптимизации. Линейное программирование», «Методы оптимизации. Лабораторный практикум». Содержание учебно-методических пособий соответствует федеральному государственному образовательному стандарту высшего образования по направлению подготовки 09.03.03 «Прикладная информатика».

В пособии «Численные методы» [6,7] излагаются основы численных методов решения задач алгебры, математического анализа и обыкновенных дифференциальных уравнений. Значительное внимание уделяется вопросам алгоритмизации методов. Каждая тема содержит необходимый теоретический материал, блок-схемы вычислительных алгоритмов, большое количество примеров решения практических задач с помощью СКА Maple, задания лабораторных работ. При выполнении лабораторных работ студенты должны не только использовать математический пакет Maple, но и программировать численные методы на современных алгоритмических языках (Pascal, Delphi, Python, C#). С 2017 года планируется использовать и СКА Mathcad Prime.

Хотелось бы отметить следующее, что из данного пособия был создан сокращенный вариант под названием «Лабораторный практикум по численным методам». С этой работой в осеннем семестре 2014-2015 учебного года стала победителем XXIX конкурса методических разработок, ориентированных на использование математических пакетов (приз система автоматизированного проектирования PTC Mathcad Prime) и абсолютным победителем в международном конкурсе «Лучшая научно-методическая статья» в номинации «Современная наука».

Пособие «Решение вариационных задач в пакете Maple» [8] содержит аналитические и численные методы решения классических вариационных задач, таких как задачи с фиксированными и подвижными границами [9-11], задачи на условный экстремум [12,13]. Отличительной особенностью пособия является использование СКА Maple при решении различных вариационных задач. В каждой теме кратко изложен теоретический материал, приведены примеры решения задач как аналитически, так и с использованием математического пакета Maple и даны задачи для самостоятельного решения.

**Пример.** Найти приближенное решение задачи о минимуме функционала

$$J[y(x)] = \int_0^1 [(y')^2 + 2y] dx, \quad y(0) = y(1) = 0.$$

Решение будем искать, используя конечно-разностный метод Эйлера. Возьмем  $\Delta x = \frac{y_b - y_a}{n} = \frac{1-0}{5} = 0.2$  и положим  $y_0 = y(0) = 0$ ,  $y_1 = y(0.2)$ ,  $y_2 = y(0.4)$ ,  $y_3 = y(0.6)$ ,  $y_4 = y(0.8)$ ,  $y_5 = y(1) = 0$ .

Значение производных приближенно заменим по формуле  $y'_k = y'(x_k) \approx \frac{y_{k+1} - y_k}{\Delta x}$ ,  $k = \overline{0, n-1}$ . Тогда  $y'(0) \approx \frac{y_1 - y_0}{\Delta x} = \frac{y_1 - 0}{0.2}$ ,  $y'(0.2) \approx \frac{y_2 - y_1}{0.2}$ ,  $y'(0.4) \approx \frac{y_3 - y_2}{0.2}$ ,  $y'(0.6) \approx \frac{y_4 - y_3}{0.2}$ ,  $y'(0.8) \approx \frac{y_5 - y_4}{\Delta x} = \frac{0 - y_4}{0.2}$ .

Данный интеграл заменяем суммой по формуле прямоугольников:

$$\int_a^b f(x) dx = [f(y_a) + f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_{n-1})] \Delta x.$$

Будем иметь

$$\begin{aligned} \varphi(y_1, y_2, y_3, y_4) = & \left[ \left( \frac{y_1}{0.2} \right)^2 + 2 \cdot 0 + \left( \frac{y_2 - y_1}{0.2} \right)^2 + 2y_1 + \left( \frac{y_3 - y_2}{0.2} \right)^2 + 2y_2 + \right. \\ & \left. + \left( \frac{y_4 - y_3}{0.2} \right)^2 + 2y_3 + \left( \frac{-y_4}{0.2} \right)^2 + 2y_4 \right] \cdot 0.2. \end{aligned}$$

Составляем систему уравнений для определения ординат  $y_1, y_2, y_3, y_4$  искомой ломаной:

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi}{\partial y_1} = 0.2 \left[ 2 \frac{y_1}{0.2} \cdot \frac{1}{0.2} + 2 \left( \frac{y_2 - y_1}{0.2} \right) \left( -\frac{1}{0.2} \right) + 2 \right] = 0, \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y_2} = 0.2 \left[ 2 \frac{y_2 - y_1}{0.2} \cdot \frac{1}{0.2} + 2 \left( \frac{y_3 - y_2}{0.2} \right) \left( -\frac{1}{0.2} \right) + 2 \right] = 0, \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y_3} = 0.2 \left[ 2 \frac{y_3 - y_2}{0.2} \cdot \frac{1}{0.2} + 2 \left( \frac{y_4 - y_3}{0.2} \right) \left( -\frac{1}{0.2} \right) + 2 \right] = 0, \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y_4} = 0.2 \left[ 2 \frac{y_4 - y_3}{0.2} \cdot \frac{1}{0.2} + 2 \left( \frac{-y_4}{0.2} \right) \left( -\frac{1}{0.2} \right) + 2 \right] = 0, \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} 2y_1 - y_2 = -0.04, \\ -y_1 + 2y_2 - y_3 = -0.04, \\ -y_2 + 2y_3 - y_4 = -0.04, \\ -y_3 + 2y_4 = -0.04. \end{cases}$$

Решение этой системы  $y_1 = -0.08, y_2 = -0.12, y_3 = -0.12, y_4 = -0.08$ . Значения точного решения  $y = \frac{x^2 - x}{2}$  в соответствующих точках совпадает со значениями приближенного решения.

Рассмотри решение данного примера в математическом пакете Maple

1. Производим полную очистку памяти:

> **restart;**

2. Задаем подынтегральную функцию и краевые условия:

> **F:=(x,Y,DY)->DY^2+2\*Y; a:=0; b:=1; ya:=0; yb:=0;**

$F := (x, Y, DY) \rightarrow DY^2 + 2 Y$

$a := 0$

$b := 1$

$ya := 0$

$yb := 0$

3. Задаем n-прямоугольных звеньев и рассчитываем шаг hx:

> **n:=5; hx:=(b-a)/n;**

$n := 5$

$hx := \frac{1}{5}$

4. Задаем ординаты  $y[i]$ :

```
>y[0]:=ya; for i from 1 by 1 to n-1 do y[i]; od; y[n]:=yb;
      y0 := 0
      y1
      y2
      y3
      y4
      y5 := 0
```

5. Вычисляем приближенные значения производных:

```
>for i from 0 by 1 to n-1 do dy[i]:=(y[i+1]-y[i])/hx; od;
      dy0 := 5 y1
      dy1 := 5 y2 - 5 y1
      dy2 := 5 y3 - 5 y2
      dy3 := 5 y4 - 5 y3
      dy4 := -5 y4
```

6. Приблизженно вычисляем, используя формулу левых прямоугольников, исходный интеграл:

```
>S:=0: for i from 0 by 1 to n-1 do S:=S+F(x,y[i],dy[i]): od: S:=S*hx;
      S := 5 y12 +  $\frac{1}{5}$  (5 y2 - 5 y1)2 +  $\frac{2}{5}$  y1 +  $\frac{1}{5}$  (5 y3 - 5 y2)2 +  $\frac{2}{5}$  y2 +  $\frac{1}{5}$  (5 y4 - 5 y3)2 +  $\frac{2}{5}$  y3
      + 5 y42 +  $\frac{2}{5}$  y4
```

7. Составляем систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) для определения ординат искомой ломаной:

```
>for i from 1 by 1 to n-1 do dS[i]:={diff(S,y[i])=0}; od;
      dS1 := {20 y1 - 10 y2 +  $\frac{2}{5}$  = 0}
      dS2 := {20 y2 - 10 y1 - 10 y3 +  $\frac{2}{5}$  = 0}
      dS3 := {20 y3 - 10 y2 - 10 y4 +  $\frac{2}{5}$  = 0}
      dS4 := {20 y4 - 10 y3 +  $\frac{2}{5}$  = 0}
```

8. Решаем СЛАУ:

```
>sis:=dS[1]: for i from 2 by 1 to n-1 do sis:=sis union dS[i]: od: sis;
      {20 y1 - 10 y2 +  $\frac{2}{5}$  = 0, 20 y4 - 10 y3 +  $\frac{2}{5}$  = 0, 20 y2 - 10 y1 - 10 y3 +  $\frac{2}{5}$  = 0,
      20 y3 - 10 y2 - 10 y4 +  $\frac{2}{5}$  = 0}
>rez:=solve(sis); evalf(rez);
      rez := {y1 =  $-\frac{2}{25}$ , y2 =  $-\frac{3}{25}$ , y3 =  $-\frac{3}{25}$ , y4 =  $-\frac{2}{25}$ }
      {y1 = -0.08000000000, y2 = -0.12000000000, y3 = -0.12000000000, y4 = -0.08000000000 }
```

9. Вычисляем функционал:

```
>k:=subs(rez,S): J:=k=evalf(k);
```

$$J := \frac{-2}{25} = -0.08000000000$$

В лабораторном практикуме по методам оптимизации изложены необходимые основы математического аппарата и примеры его использования в современных экономических приложениях[14-19]. Каждый тип задач сопровождается подробным описанием составления математической модели задачи и ее решения с помощью SKAMaple, MathcadPrime3.1 и среды электронных таблиц MSExcel.

С этим пособием в 2016 году стала победителем XXXII конкурса методических разработок, ориентированных на использование математических пакетов (приз РТС Creo 3.0) и заняла 1 место в V Международном конкурсе на приз научно-методического журнала «Наука и образование: новое время» «Лучшая научная и методическая статья-2016 г.».

20 апреля 2016 года кафедрой математики и прикладной информатики в первые был проведен среди студентов конкурс на лучшую работу, выполненную с использованием математических пакетов. Студенты приняли активное участие.

В 2016 году по этим дисциплинам разработаны электронные учебно-методические комплексы дисциплин (ЭУМКД) в системе дистанционного обучения LMSMoodle для повышения качества профессиональной подготовки студентов, увеличения доли контролируемой самостоятельной работы студентов высшего образования.

Moodle – это инструментальная среда для разработки как отдельных онлайн-курсов, так и образовательных веб-сайтов»[21].

Изучение дисциплин основывается на следующих элементах (см, рис.2):

- лекционные занятия;
- лабораторные и семинарские занятия с использованием СКА;
- промежуточный контроль (тесты, контрольные работы, коллоквиумы, доклады, рефераты);
- экзамен или зачет.

Лекция, являющаяся главной формой учебного процесса, организована с помощью инструментов «Лекция». Каждая страница лекции предусматривает самоконтроль. Изучив теоретический материал и ответив на вопросы в самоконтроле студент получает оценку.

Лабораторные работы являются важным элементом образовательного процесса, которые необходимы для закрепления полученных теоретических знаний.

Проверка выполнения лабораторных работ в данных курсах организована с помощью инструмента «Задание» (см. рис. 3). Данный инструмент настроен таким образом, чтобы преподаватель мог оценивать присылаемые файлы.

По итогам изучения курсов 80% студентов получили «хорошо» и «отлично», отстающих не было.

Использование систем компьютерной алгебры в учебном процессе позволило студентам уменьшить временные затраты на рутинные математические вычисления и сосредоточить больше внимания на анализе полученных результатов той или иной задачи. Комбинирование «ручного счета» и проведение расчетов с применением СКА дало возможность не только более глубоко усвоить методы решения различных задач, но и продемонстрировать работу аппарата математики при решении более сложных и трудоемких задач.

Использование СКА в учебном процессе позволили перейти на новый, более качественный уровень преподавания математических дисциплин.

## ДЕ 4. ТЕОРИЯ ИГР И ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

**Теория игр** представляет собой комплекс математических моделей и логико-математический аппарат для анализа и разработки стратегий и принятия оптимальных решений в условиях конфликта интересов и неопределенности поведения. Изучение и использование инструментария теории игр становится неотъемлемой частью современного экономического образования, поскольку теоретико-игровые подходы стали одним из основных инструментов экономического анализа. Теория игр, с одной стороны, сыграла ключевую роль в становлении современной экономической теории, а с другой - предлагает пути и методы решения сложных стратегических задач в самых различных областях.

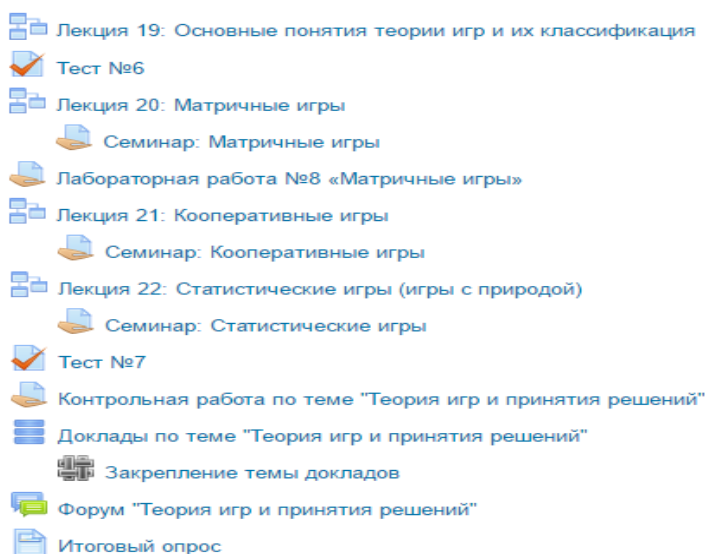


Рис. 2. Наполнение дидактической единицы 4 курса «Методы оптимизации»

### Лабораторная работа № 1 «Задача составления рациона»

**Цель работы:** овладеть навыками составления математической модели задачи о диете и ее решения в математических пакетах Maple, Mathcad Prime и в MS Excel.

**Требуется:**

- Изучить теоретический материал.
- Выполнить математическую постановку задачи.
- Решить задачу в математических пакетах Maple, Mathcad Prime и в среде электронных таблиц MS Excel.

**Результатом лабораторной работы будут** mws, msdx, xlsx - файлы с подробными комментариями и word-ий документ, содержащий математическую постановку задачи и результаты решения.

Лабораторная работа Задача составления рациона.pdf

#### Резюме оценивания

Участники	37
Черновик	4
Ответы	37
Требуют оценки	0

[Просмотр всех ответов](#)

[Оценка](#)

Рис. 3. Организация лабораторных работ с использованием инструмента «Задание» курса «Методы оптимизации»



Опыт работы показал, что использование математических пакетов совместно с технологиями дистанционного обучения дает большие преимущества перед традиционными методами преподавания математических дисциплин. Прежде всего, повышается интерес к математическим дисциплинам и эффективность их усвоения. Студенты с удовольствием работают самостоятельно, изучают теоретический материал, выполняют лабораторные работы, решают различные задачи, сдают тесты, применяя при этом системы компьютерной алгебры.

### Список литературы

- [1] Дьяконов В.П. Maple 9.5/10/11 в математике, физике и образовании. М.: ДМК Пресс, СОЛОН-ПРЕСС. 2011. 752 с.
- [2] Кирьянов Д. В. Mathcad 15/Mathcad Prime 1.0. – СПб.: БХВ-Петербург, 2012. – 432 с.
- [3] Говорухин В., Цибулин Б. Компьютер в математическом исследовании. – СПб.: Питер, 2001, – 624 с.
- [4] Mathcad это. Академик [Электронный ресурс]. – Режим доступа:<http://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/422954>.
- [5] Возможности MathcadPrime. [Электронный ресурс]. – Режим доступа:<http://www.ptc.ru.com/engineering-math-software/mathcad/features>.
- [6] Шевченко А.С. Численные методы. – Барнаул: Изд-во Алт. Ун-та, 2016.– 388с.
- [7] Шевченко А.С. Использование математического пакета Maple при проведении лабораторных работ по курсу «Численные методы» // Молодой ученый. 2015. №9. С. 1222–1225.
- [8] Шевченко А.С. Вариационного исчисления. – Барнаул: Изд-во Алт. Ун-та, 2016.– 132с.
- [9] Шевченко А.С. Применение математического пакета Maple к решению вариационных задач // Молодой ученый. 2015. №22. С. 33–37.
- [10] Шевченко А.С. Использование математического пакета Maple при изучении дисциплины «Основы вариационного исчисления» // Наука и образование: векторы развития: материалы III Международной научно-практической конференции / гл. ред. М.П. Нечаев. Чебоксары: Экспертно-методический центр. 2015. С.457–361.
- [11] Шевченко А.С. Применение математического пакета Maple к решению вариационных задач с подвижными границами. Электронное научное издание «Ученые заметки ТОГУ» –2016. – Том 7. – № 1. – С. 313–323 [Электронный ресурс]. URL:[http://pnu.edu.ru/media/ejournal/articles-2016/TGU\\_7\\_52.pdf](http://pnu.edu.ru/media/ejournal/articles-2016/TGU_7_52.pdf).
- [12] Шевченко А.С. Автоматизированное решение вариационных задач на условный экстремум. Современная наука: проблемы и пути их решения: Сборник материалов Международной научно-практической конференции.Том II. Кемерово: КузГТУ. 2015. С. 325–328.
- [13] Шевченко А.С. Применение математического пакета Maple к решению вариационных задач на условный экстремум. Электронное научное издание «Ученые заметки ТОГУ» –2016. – Том 7. – № 2. – С. 246–260 [Электронный ресурс]. URL: [http://pnu.edu.ru/media/ejournal/articles-2016/TGU\\_7\\_91.pdf](http://pnu.edu.ru/media/ejournal/articles-2016/TGU_7_91.pdf)
- [14] Шевченко А.С. Использование математического пакета MAPLE при решении задач оптимизации/ А.С. Шевченко, А. С. Отин, А. В. Болдин // Актуальные проблемы научного знания в XXI веке: сборник статей Девятой (заочной) межрегиональной научно-практической конференции. — Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, –2015. – С 137-143.
- [15] Шевченко А.С.Использование математического пакета MAPLE при решении задач теории игр / А.С. Шевченко, Л.А. Писаревская // Актуальные проблемы научного знания в XXI веке: сборник статей Девятой (заочной) межрегиональной научно-практической конференции. – Барнаул: Изд-воАлт. ун-та, –2015. – С 143-149.
- [16] Шевченко А.С. Использование математического пакета Maple при изучении раздела «Теория игр» // Современные научные исследования и инновации. 2015. № 11. URL: <http://web.snauka.ru/issues/2015/11/60003>

- [17] Шевченко А.С. Использование математического пакета Maple при решении задач классической оптимизации // Инженерный вестник. 2016. №1. URL: <http://engbul.bmstu.ru/doc/832629.html>
- [18] Шевченко А.С. Использование Mathcad Prime при изучении раздела «Линейное программирование». // Современные научные исследования и инновации. – 2016. – № 4 (60) [Электронный ресурс]. URL: <http://web.snauka.ru/issues/2016/04/67335>.
- [19] Шевченко А.С. Методы оптимизации: лабораторный практикум: учебно- методическое пособие [Электронный ресурс]. – Рубцовск: Рубцовский институт (филиал) АлтГУ, 2016. 111с.
- [20] Шевченко А. С. Использование систем компьютерной алгебры в учебном процессе // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2016. – Т. 15. – С. 206–210. [Электронный ресурс]. URL: <http://e-koncept.ru/2016/86942.htm>.
- [21] Анисимов А.М. Работа в системе дистанционного обучения Moodle. Учебное пособие. 2-е изд. испр. и дополн. – Харьков, ХНАГХ, 2009. –292 с.

*E-mail:*

*Шевченко А. С. – [ibragimova.a.s@mail.ru](mailto:ibragimova.a.s@mail.ru)*