

Министерство общего и профессионального образования  
Российской Федерации

Хабаровский государственный технический университет

## МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Методические указания и варианты заданий  
к выполнению лабораторных работ № 1 и 2  
для студентов строительных специальностей

Хабаровск  
Издательство ХГТУ  
1998

УДК 539.3

**Метод конечных элементов: Методические указания и варианты заданий к выполнению лабораторных работ № 1 и 2 для студентов строительных специальностей/Сост. А. Д. Ловцов. — Хабаровск: Изд-во Хабар. гос. техн. ун-та, 1998. — 12 с.**

Работа выполнена на кафедре «Механика твердого деформируемого тела». В методических указаниях рассмотрены общая схема программ МКЭ, реализация алгоритма МКЭ для растягиваемого (сжимаемого), скручиваемого стержней и стержневых систем. Приведены примеры выполнения лабораторных работ по темам: «Расчет стержней на растяжение/сжатие МКЭ», «Расчет валов на кручение МКЭ». Каждая лабораторная работа рассчитана на 2 часа.

Печатается в соответствии с решениями кафедры «Механика твердого деформируемого тела» и методического совета института архитектуры и строительства.

Главный редактор Л. А. Суевалова  
Редактор Е. Н. Ярулина  
Технический редактор Л. И. Александрова  
Компьютерная верстка А. Д. Ловцова

Лицензия на издательскую деятельность  
№ 020526 от 23.04.97

Подписано в печать 03.03.98. Формат 60×84 1/16.  
Бумага писчая. Офсетная печать. Усл. печ. л. 0,70.  
Уч.-изд. л. 0,68. Тираж 150 экз. Заказ 69. С 036.

Издательство Хабаровского государственного технического университета.  
680035, Хабаровск, ул. Тихоокеанская, 136.

Отдел оперативной полиграфии издательства Хабаровского государственного  
технического университета. 680035, Хабаровск, ул. Тихоокеанская, 136.

© Издательство Хабаровского  
государственного технического  
университета, 1998

Целью лабораторных работ является усвоение алгоритма МКЭ. Для достижения поставленной цели «вручную» решаются простейшие задачи, которые, тем не менее, позволяют проследить и освоить все основные этапы МКЭ.

#### Используемые сокращения

КЭ - конечный элемент;

МЖ - матрица жесткости;

ГВ - грузовой вектор;

СК - система координат;

СЛАУ - система линейных алгебраических уравнений.

### **1. МКЭ. Краткие сведения**

#### **1.1. Общая схема программ МКЭ**

МКЭ представляет собой численный метод решения задач, ориентированный на применение ЭВМ. Процедура МКЭ в самом общем виде состоит из следующих этапов:

- 1) ввод исходных данных о конечно-элементной расчетной схеме конструкции;
- 2) цикл по элементам:
  - 2.1) формирование МЖ и ГВ элемента в глобальной СК;
  - 2.2) размещение МЖ и ГВ элемента в глобальных МЖ и ГВ;
- 3) учет узловых сосредоточенных воздействий;
- 4) учет условий опирания;
- 5) решение СЛАУ;
- 6) получение результатов элементов;
- 7) вывод результатов счета.

Под КЭ понимается область (часть, элемент) конструкции конечных размеров, на которой определены узлы (на рис. 1, а числа подчеркнуты), узловые степени свободы (числа выделены жирным шрифтом) и соответствующие им функции формы.

Под конечно-элементной расчетной схемой понимается заданная конструкция, для которой произведены: разбиение на КЭ (рис 1, б); нумерация элементов (числа в рамке на рисунке); нумерация узлов (подчеркнутые числа); нумерация узловых степеней свободы (жирный шрифт).

#### **1.2. Формирование матрицы жесткости и грузового вектора КЭ**

Потенциальная энергия деформации  $V^{(e)}$  растянутого (сжатого) или скручиваемого элемента длиной  $a$  и жесткостью  $D(z)$  определяется выражением

$$V^{(e)} = \frac{1}{2} \int_0^a (u' D u') dz,$$

где  $u = u(z)$  - искомая функция линейного или углового перемещения поперечного сечения стержня. Потенциал внешней распределенной нагрузки  $p = p(z)$  определяется выражением

$$W^{(e)} = - \int_0^a (p u) dz.$$

Искомое перемещение  $u(z)$  на элементе аппроксимируем линейно

$$u(z) = u_1 F_1(z) + u_2 F_2(z) = [B] \bar{u},$$

где  $u_1, u_2$  - перемещения начала и конца КЭ;  $F_1(z) = 1 - z/a$ ,  $F_2 = z/a$  - функции формы;  $[B] = [F_1(z) \ F_2(z)]$  - матрица-строка;  $\bar{u} = \{u_1 \ u_2\}$  - вектор узловых перемещений КЭ. Тогда

$$V^{(e)} = \frac{1}{2} \bar{u}^T \int_0^a [B]^T D [B] dz \bar{u} = \frac{1}{2} \bar{u}^T [k^{(e)}] \bar{u}, \quad W^{(e)} = - \int_0^a p \bar{u}^T [B] dz = -\bar{f}^{(e)},$$

где  $[k^{(e)}]$ ,  $\bar{f}^{(e)}$  - МКЭ и ГВ элемента, коэффициенты которых равны:

$$k_{ij}^{(e)} = \int_0^a F_i'(z) D F_j'(z) dz; \tag{1}$$

$$f_i^{(e)} = \int_0^a p(z) F_i(z) dz. \tag{2}$$

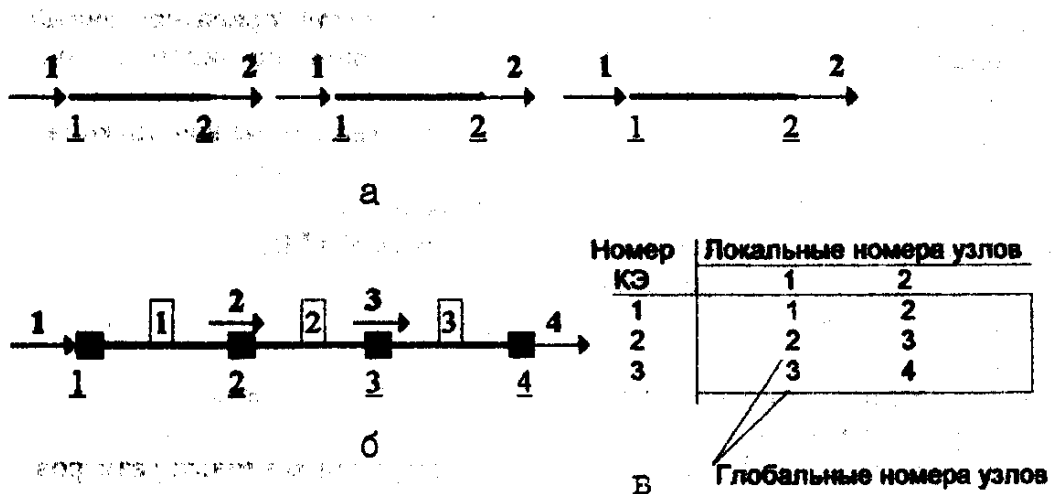


Рис. 1. Конечнo-элементная аппроксимация области: а - локальная нумерация узлов и узловых степеней свободы; б - глобальная нумерация элементов, узлов и узловых степеней свободы; в - матрица индексов

При  $D(z) = const$  и  $p(z) = const$

$$[k^{(e)}] = \frac{D}{a} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}^{(e)} = \frac{pa}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}. \tag{3}$$

Вклад КЭ в условие минимума потенциальной энергии  $\Pi^{(e)} = V^{(e)} + W^{(e)}$  определяется выражением:

$$\frac{\partial \Pi^{(e)}}{\partial \bar{u}} = [k^{(e)}] \bar{u}^{(e)} - \bar{f}^{(e)}.$$

### 1.3. Размещение матриц для элементов в глобальные матрицы (ансамблирование элементов)

МКЭ и ГВ конечного элемента размещают с накоплением в глобальных МКЭ  $[K]$  и ГВ  $\bar{F}$ , используя матрицу индексов (выделена рамкой на рис. 1, в). Согласно матрице индексов и рис. 2 для второго КЭ: коэффициент  $k_{12}^{(2)}$  следует просуммировать с коэффициентом, стоящим в пересечении строки 2 и столбца 3 гло-

бальной МЖ ( $K_{23} := K_{23} + k_{12}^{(2)}$ ); коэффициент  $f_1^{(2)}$  следует просуммировать с коэффициентом  $F_2$  глобального ГВ ( $F_2 := F_2 + f_1^{(2)}$ ).

Данная процедура осуществляется в цикле по всем элементам. По окончании цикла имеем СЛАУ

$$[K]\vec{U} = \vec{F}, \quad (4)$$

где  $\vec{U}$  - вектор неизвестных глобальных степеней свободы.

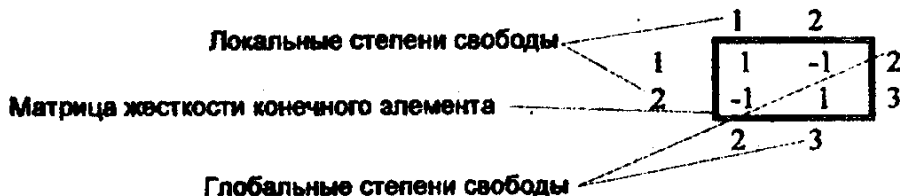


Рис. 2. Матрица жесткости второго КЭ

#### 1.4. Учет узловых сил

Если в узел по направлению  $i$ -й глобальной степени свободы приложено сосредоточенное усилие  $P$ , то в  $i$ -ю компоненту глобального ГВ следует добавить это усилие:  $F_i := F_i + P$ . Сила  $P > 0$ , если совпадает по направлению с глобальной степенью свободы.

#### 1.5. Учет условий опирания

Если  $U_i$  - заданное перемещение опоры (равное или не равное нулю), то надо СЛАУ (4) преобразовать следующим образом:

- 1) все компоненты столбца  $i$  умножить на  $U_i$ ;
- 2) из грузового вектора вычесть полученный столбец и результат разместить в грузовом векторе;
- 3) обнулить  $i$ -ю строку и  $i$ -й столбец глобальной МЖ;
- 4) компоненту  $i$  главной диагонали (пересечение строки  $i$  и столбца  $i$ ) положить, равной единице;
- 5) в глобальном ГВ положить  $i$ -ю компоненту, равной заданному перемещению.

Описанная процедура повторяется для всех заданных перемещений. В случае  $U_i = 0$  пп. 1 и 2 можно не выполнять.

Далее решаем СЛАУ (4) и находим неизвестные перемещения. По известным узловым перемещениям определяем параметры НДС элементов.

## 2. Порядок выполнения лабораторных работ

- 1) вычертить заданную схему конструкции;
- 2) выбрать КЭ;
- 3) вычертить конечно-элементную расчетную схему конструкции;
- 4) произвести расчет конструкции согласно пп. 2÷6 общего алгоритма МКЭ;
- 5) защитить лабораторную работу.

### 3. Лабораторная работа № 1. Расчет стержней на растяжение /сжатие МКЭ

При растяжении/сжатии КЭ жесткость  $D(z) = EA(z)$ , где  $E$  - модуль упругости,  $A$  - площадь поперечного сечения. При  $EA = const$ ,  $p(z) = const$

$$[k^{(e)}] = \frac{EA}{a} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}^{(e)} = \frac{pa}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

На рис. 3 изображены КЭ и правило знаков для продольных перемещений и сил.

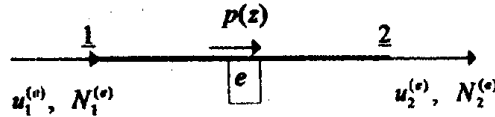
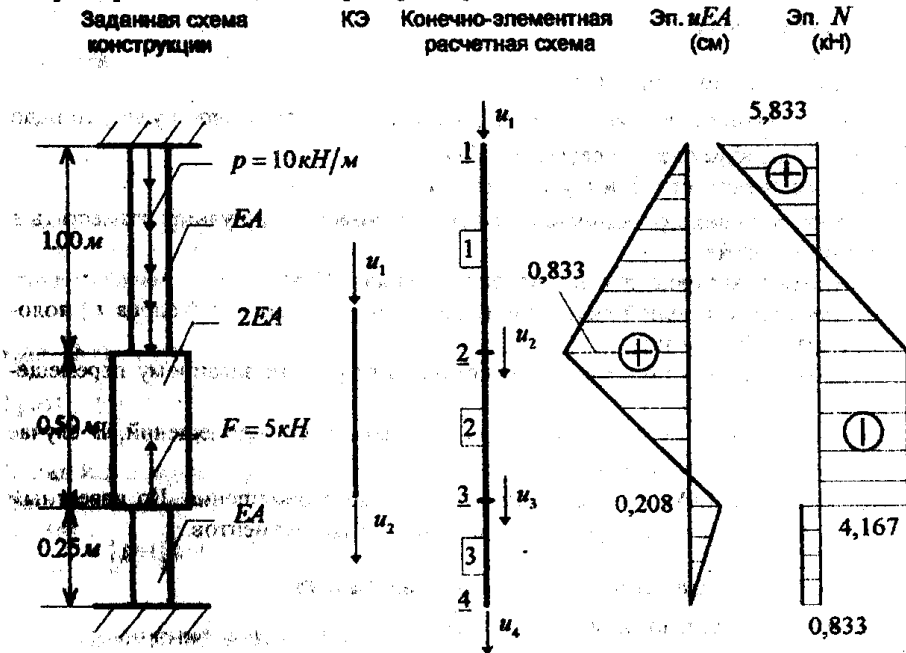


Рис. 3. Правило знаков для растянутого/сжатого КЭ

Результаты КЭ определяются по формуле

$$\begin{Bmatrix} N_1^{(e)} \\ N_2^{(e)} \end{Bmatrix} = [k^{(e)}] \begin{Bmatrix} u_1^{(e)} \\ u_2^{(e)} \end{Bmatrix} - \bar{f}^{(e)}.$$

#### Пример выполнения лабораторной работы



МКЭ и ГВ элементов

$$[k^{(1)}] = \frac{EA}{1} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = EA \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}^{(1)} = \frac{10 \cdot 1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5 \\ 5 \end{Bmatrix}.$$

$$[k^{(2)}] = \frac{2EA}{0,5} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = EA \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ -4 & 4 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}^{(2)} = 0,$$

$$[k^{(3)}] = \frac{EA}{0,25} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = EA \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ -4 & 4 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}^{(3)} = 0.$$

Матрица индексов

Номер элемента	Локальные номера узлов	
	1	2
1	1	2
2	2	3
3	3	4

СЛАУ:

$$EA \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1+4 & -4 & 0 \\ 0 & -4 & 4+4 & -4 \\ 0 & 0 & -4 & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5 \\ 5 \\ -5 \\ 0 \end{Bmatrix}.$$

СЛАУ, преобразованная с учетом граничных условий:

$$EA \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -4 & 0 \\ 0 & -4 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 5 \\ -5 \\ 0 \end{Bmatrix}.$$

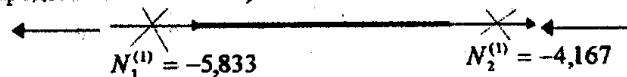
Решение:  $\bar{U} = \{0 \quad 0,8333/EA \quad -0,2083/EA \quad 0\}$ . По этим результатам строим эпюру перемещений.

Получение результатов элементов

Для первого КЭ

$$\begin{Bmatrix} N_1^{(1)} \\ N_2^{(1)} \end{Bmatrix} = [k^{(1)}] \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{Bmatrix} - \bar{f}^{(1)} = EA \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0,8333/EA \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 5 \\ 5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -5,833 \\ -4,167 \end{Bmatrix}.$$

Следовательно, первый КЭ в начале своем растянут силой в 5,833 кН, а в конце - сжат продольной силой в 4,167 кН.



Для второго КЭ

$$\begin{Bmatrix} N_1^{(2)} \\ N_2^{(2)} \end{Bmatrix} = [k^{(2)}] \begin{Bmatrix} U_2 \\ U_3 \end{Bmatrix} = EA \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0,8333/EA \\ -0,2083/EA \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 4,167 \\ -4,167 \end{Bmatrix}.$$

Следовательно, второй КЭ сжат продольной силой в 4,167 кН.



Для третьего КЭ

$$\begin{Bmatrix} N_1^{(3)} \\ N_2^{(3)} \end{Bmatrix} = [k^{(3)}] \begin{Bmatrix} U_3 \\ U_4 \end{Bmatrix} = EA \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -0,2083/EA \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0,833 \\ 0,833 \end{Bmatrix}.$$

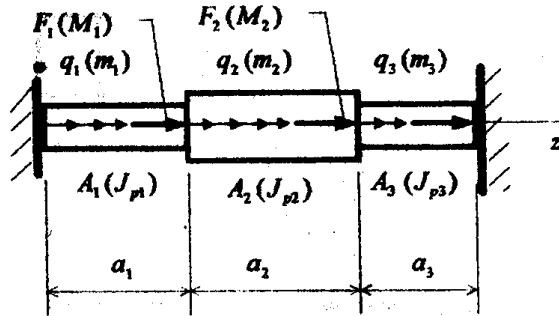
Следовательно, третий КЭ растянут продольной силой в 0,833 кН.



По полученным результатам строим эпюру продольных сил.

### Варианты заданий для лабораторной работы № 1

Расчетная схема



Исходные данные к лабораторной работе № 1 представлены в таблице.

Но- мер вари- анта	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$F_1$	$F_2$
	м	м	м	см <sup>2</sup> $J_{p1}$ м <sup>4</sup>	см <sup>2</sup> $J_{p2}$ см <sup>4</sup>	см <sup>2</sup> $J_{p3}$ (см <sup>4</sup> )	кН/м; $m_1$ кН·м/м	кН/м; $m_2$ кН·м/м	кН/м; $m_3$ кН·м/м	кН; $M_1$ кН·м	кН; $M_2$ кН·м
1	1	1	1	20	30	40	10	0	0	0	-5
2	1	2	1	50	10	60	0	-10	0	5	0
3	1	1	2	70	80	20	0	0	10	0	-15
4	1	2	2	10	30	40	-12	0	0	0	10
5	1	3	1	90	10	100	0	12	0	-10	0
6	1	1	3	11	12	10	0	0	-12	15	0
7	1	3	2	13	20	50	-15	0	0	8	0
8	1	2	3	14	60	30	0	15	0	0	-8
9	1	3	3	15	40	50	0	0	-15	8	0
10	2	2	2	70	80	90	20	0	0	-25	0
11	2	2	3	100	11	60	0	-20	0	0	25
12	2	3	2	12	70	13	0	0	20	-12	10
13	2	3	3	14	80	90	8	0	0	0	-10
14	3	3	3	10	11	12	0	8	0	-10	10
15	2	1	1	15	16	17	0	0	-8	5	0
16	2	1	2	17	18	18	-14	0	0	5	0
17	2	2	1	19	20	19	0	14	0	0	-25
18	2	3	1	21	13	20	0	0	-14	25	0
19	2	1	3	22	21	14	11	0	0	-13	13
20	3	1	1	15	22	23	0	-11	0	13	0
21	3	1	2	16	24	23	0	0	11	0	-13
22	3	2	1	17	24	25	13	0	0	-15	0
23	3	2	2	18	25	26	0	-13	0	0	15
24	3	1	3	19	26	20	0	0	13	15	-15



Модуль упругости  $E=2 \cdot 10^5$  МПа, модуль сдвига  $G=0,8 \cdot 10^5$  МПа. Направление положительной внешней нагрузки совпадает с положительным направлением продольной оси.

#### 4. Лабораторная работа № 2. Расчет валов на кручение МКЭ

При кручении КЭ жесткость  $D(z) = GJ_p(z)$ , где  $G$  - модуль сдвига,  $J_p$  - полярный момент инерции поперечного сечения. При  $GJ_p = const$ ,  $p(z) = m(z) = const$

$$[k^{(e)}] = \frac{GJ_p}{a} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}^{(e)} = \frac{ma}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

На рис. 4 изображены КЭ и правило знаков для углов закручивания  $\varphi$  и крутящих моментов  $M, m$ .

Результанты КЭ определяются по формуле

$$\begin{Bmatrix} M_1^{(e)} \\ M_2^{(e)} \end{Bmatrix} = [k^{(e)}] \begin{Bmatrix} \varphi_1^{(e)} \\ \varphi_2^{(e)} \end{Bmatrix} - \bar{f}^{(e)}$$

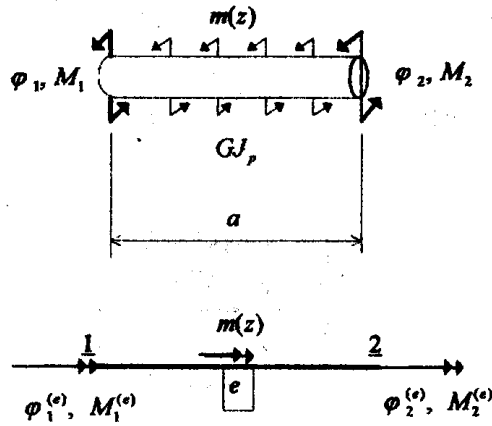


Рис. 4. Правило знаков для скручиваемого стержня

#### Пример выполнения лабораторной работы

МКЭ и ГВ элементов

$$[k^{(1)}] = \frac{2GJ_p}{0,8} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = GJ_p \begin{bmatrix} 2,5 & -2,5 \\ -2,5 & 2,5 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}^{(1)} = 0,$$

$$[k^{(2)}] = \frac{GJ_p}{0,6} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = GJ_p \begin{bmatrix} 1,667 & -1,667 \\ -1,667 & 1,667 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}^{(2)} = \frac{-40 \cdot 0,6}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -12 \\ -12 \end{Bmatrix},$$

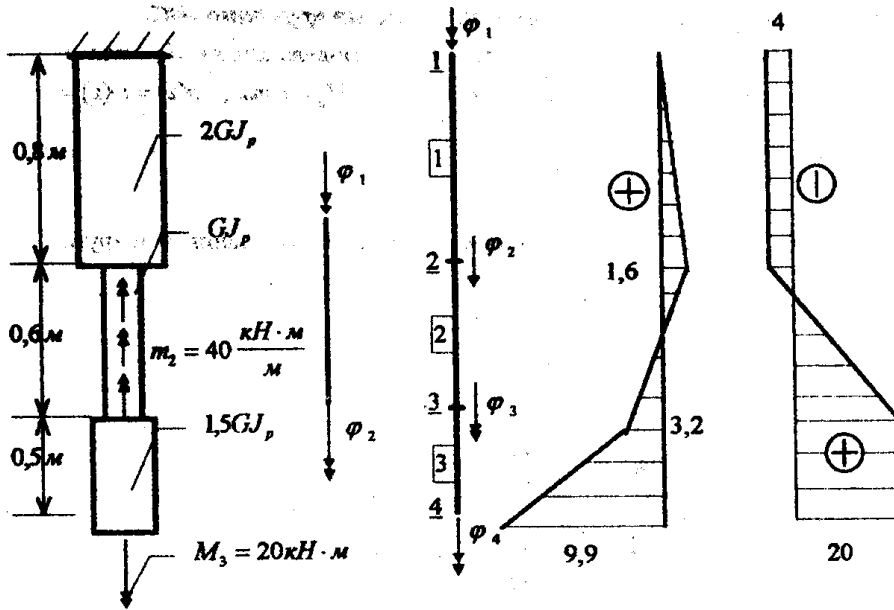
$$[k^{(3)}] = \frac{15GJ_p}{0,5} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = GJ_p \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}^{(3)} = 0.$$

Заданная схема конструкции

КЭ Конечно-элементная расчетная схема

Эп.  $\varphi \cdot GJ_p$  рад

Эп.  $M_z$  кН·м



Матрица индексов

Номер элемента	Локальные номера узлов	
	1	2
1	1	2
2	2	3
3	3	4

СЛАУ:

$$GJ_p \begin{bmatrix} 2,5 & -2,5 & 0 & 0 \\ -2,5 & 2,5+1,667 & -1,667 & 0 \\ 0 & -1,667 & 1,667+3 & -3 \\ 0 & 0 & -3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0-12 \\ -12 \\ 20 \end{bmatrix}$$

СЛАУ, преобразованная с учетом граничных условий ( $\varphi_1 = 0$ ):

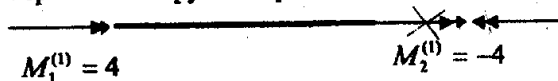
$$GJ_p \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4,167 & -1,667 & 0 \\ 0 & -1,667 & 4,667 & -3 \\ 0 & 0 & -3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -12 \\ -12 \\ 20 \end{bmatrix}$$

Решение:  $\bar{\varphi} = \{0 \quad -1,600/GJ_p \quad 3,200/GJ_p \quad 9,867/GJ_p\}$ . По этим результатам строим эпюру углов поворота.

Получение результатов элементов  
Для первого КЭ

$$\begin{Bmatrix} M_1^{(1)} \\ M_2^{(1)} \end{Bmatrix} = [k^{(1)}] \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} = GJ_p \begin{bmatrix} 2,5 & -2,5 \\ -2,5 & 2,5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ -1,6/GJ_p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 4 \\ -4 \end{Bmatrix}$$

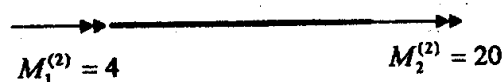
Следовательно, первый КЭ скручен отрицательным моментом в  $4 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .



Напоминаем, что крутящий момент считается положительным, если он направлен против хода часовой стрелки для наблюдателя, смотрящего на сечение со стороны внешней нормали. Таким образом, для скручиваемого КЭ  $M$ , считается положительным, если его векторы по концам элемента направлены от сечения.

Для второго КЭ

$$\begin{Bmatrix} M_1^{(2)} \\ M_2^{(2)} \end{Bmatrix} = [k^{(2)}] \begin{Bmatrix} \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{Bmatrix} - \bar{f}^2 = GJ_p \begin{bmatrix} 1,667 & -1,667 \\ -1,667 & 1,667 \end{bmatrix} \frac{1}{GJ_p} \begin{Bmatrix} -1,6 \\ 3,2 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} -12 \\ -12 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 4,0 \\ 20,0 \end{Bmatrix}$$

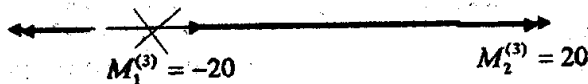


Таким образом, элемент 2 в начале своем скручен отрицательным моментом в  $4 \text{ кН} \cdot \text{м}$ , а в конце - положительным в  $20 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

Для третьего КЭ

$$\begin{Bmatrix} M_1^{(3)} \\ M_2^{(3)} \end{Bmatrix} = [k^{(3)}] \begin{Bmatrix} \varphi_3 \\ \varphi_4 \end{Bmatrix} = GJ_p \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \frac{1}{GJ_p} \begin{Bmatrix} 3,2 \\ 9,867 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -20,0 \\ 20,0 \end{Bmatrix}$$

Следовательно, третий КЭ скручен положительным моментом в  $20 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .



По полученным результатам строим эпюру крутящих моментов.

Таким образом, видим, что порядок расчета вала на кручение (лабораторная работа № 2) полностью совпадает с порядком расчета бруса на растяжение/сжатие (лабораторная работа № 1), если заменить  $q(z)$  на  $m(z)$ ,  $F$  на  $M$ ,  $EA$  на  $GJ_p$ , а в расчетной схеме одинарные стрелочки заменить на двоянные.

## Варианты заданий для лабораторной работы № 2

Расчетная схема лабораторной работы № 2 получается из расчетной схемы лабораторной работы № 1 заменой одинарных стрелочек на двоянные. Исходные данные к лабораторной работе № 2 представлены в таблице.

### Контрольные вопросы

1. Что такое конечный элемент?
2. Что такое конечно-элементная расчетная схема?
3. Что такое матрица жесткости конечного элемента?
4. Что такое грузовой вектор конечного элемента?
5. Физический смысл коэффициентов матрицы жесткости конечного элемента.

6. Физический смысл коэффициентов столбца матрицы жесткости КЭ.
7. Почему матрица жесткости конечного элемента вырождена?
8. Как получить матрицу жесткости и грузовой вектор КЭ, работающего на растяжение и кручение одновременно? Какое это повлечет изменение в алгоритме МКЭ?
9. Как учитывается в процедуре МКЭ распределенная нагрузка?
10. Постройте функции формы одномерного КЭ, если начало локальной системы координат расположено в середине элемента.
11. Вычислить матрицу жесткости КЭ переменной жесткости, используя линейную аппроксимацию жесткости.
12. Как решить задачу с переменной жесткостью, применяя КЭ с постоянной жесткостью?
13. Как решить задачу с неравномерно распределенной нагрузкой, применяя решение для постоянной нагрузки?
14. Вычислить грузовой вектор КЭ от неравномерно распределенной нагрузки, используя ее линейную аппроксимацию.
15. Выписать грузовой вектор КЭ для нагрузки, распределенной по треугольнику с нулем в узле 1.
16. Что такое глобальная матрица жесткости?
17. Что такое глобальный грузовой вектор?
18. Физический смысл коэффициентов столбца глобальной матрицы жесткости.
19. Физический смысл коэффициентов глобальной матрицы жесткости.
20. Физический смысл любого уравнения МКЭ.
21. Физический смысл процедуры формирования глобальной МЖ.
22. Как учитывается в процедуре МКЭ заданное смещение опор?
23. Объяснить физический смысл процедуры учета условий опирания.
24. Как при помощи глобальных МЖ и ГВ определить реакции в опорах?
25. Как учитывается в процедуре МКЭ сосредоточенная нагрузка?
26. Влияние нумерации узлов на вычислительные свойства процедуры МКЭ.