

Сопротивление материалов

(для бакалавров)



Хабаровск 2012

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Тихоокеанский государственный университет»

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

к изучению курса для бакалавров

Хабаровск
Издательство ТОГУ
2012

УДК 531:624.01

Сопротивление материалов : методические указания и контрольные задания к изучению курса сопротивления материалов для бакалавров / сост. В. В. Иовенко, Л. М. Иванников. – Хабаровск: Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2012. – 47 с.

Методические указания составлены на кафедре «Механика деформируемого твердого тела». Включают содержание программы дисциплины «Сопротивление материалов», методические рекомендации к изучению разделов курса, список рекомендуемой литературы, вопросы для самопроверки, указания о порядке выполнения контрольных работ и задачи с необходимыми исходными данными.

Печатается в соответствии с решениями кафедры «Механика деформируемого твердого тела» и методического совета заочного факультета.

Главный редактор *Л. А. Суевалова*

Редактор *Л. С. Бакаева*

Оператор компьютерной верстки *В. В. Иовенко*

Подписано в печать . Формат 60x 84 ¹/₁₆.

Бумага писчая. Гарнитура «Таймс». Печать цифровая.

Усл. печ. л. . Тираж 200 экз. Заказ .

Издательство Тихоокеанского государственного университета.
680035, Хабаровск, ул. Тихоокеанская, 136.

Отдел оперативной полиграфии издательства
Тихоокеанского государственного университета
680035, Хабаровск, ул. Тихоокеанская, 136.

© Тихоокеанский государственный
университет, 2012

Учебная дисциплина «Сопротивление материалов» относится к числу общетехнических. Цель ее состоит в том, чтобы научить будущих инженеров правильно выбирать конструктивные формы и конструкционные материалы, уметь обеспечивать высокие показатели надежности и экономичности напряженных элементов конструкций и деталей узлов.

Задача дисциплины - научить студентов выбирать расчетные схемы, проводить расчеты типовых элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость, сравнивать варианты и отыскивать оптимальные решения.

Для закрепления знаний и развития навыков самостоятельной деятельности предусмотрены контрольные работы, впервые вводящие студентов в практику инженерных расчетов. Эти работы являются индивидуальными и принимаются преподавателями с защитой в специально отводимое время. Кроме того, в изучении курса сопротивления материалов предусматривается лабораторный практикум, способствующий освоению теоретического материала и получению первых практических навыков экспериментального исследования в области прочности материалов.

Глубина проработки и степень охвата вопросов в отдельных разделах курса, включенных в программу, определяются числом часов, отводимых по учебному плану. С учетом профиля будущего специалиста программа может быть изменена за счет сокращения отдельных разделов и дополнения специальных вопросов. Методические вопросы о сокращении тех или иных тем (разделов), а также изменения в последовательности изучения учебного материала предоставляется решать кафедре.

Курс «Сопротивление материалов» в существенной степени опирается на дисциплины: «Теоретическая механика», «Высшая математика», «Физика», «Материаловедение».

Изложенная в данных методических указаниях программа курса «Сопротивление материалов» основана на программах, изданных ранее Учебно-методическим управлением по высшему образованию. Для разработки задач использованы методические указания А. В. Даркова, Б. Н. Кутукова и М. М. Каца, опубликованные издательством «Высшая школа» в 1985 и 1990 гг.

1. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ «СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ»

для бакалавров

Тихоокеанского государственного университета

1.1. Введение. Основные понятия

Цель и задачи курса «Сопроотивление материалов». Прочность, жесткость и устойчивость как составные части механической надежности элементов конструкций и деталей машин.

Понятие о расчетной схеме бруса. Основные гипотезы в сопротивлении материалов. Гипотеза плоских сечений, принцип Сен-Венана, принцип независимости действия внешних сил, гипотеза об отсутствии начальных напряжений и др.

Схематизация объектов, изучаемые в курсе сопротивления материалов, по материалу (однородность, сплошность, изотропность, идеальная упругость), по геометрии (брус, оболочка, массивное тело), по опорным устройствам (жесткая заделка, шарнирно неподвижная опора, шарнирно подвижная опора), по внешнему воздействию (силы объемные и поверхностные, распределенные и сосредоточенные, активные и реактивные, постоянные и временные, статические и динамические. Деформации и перемещения (линейные и угловые).

Внутренние силы в поперечном сечении бруса; метод сечений для их определения. Напряжение полное, нормальное и касательное. Главный вектор и главный момент внутренних сил в сечении. Продольная и поперечные силы, крутящий и изгибающие моменты в сечении. Связь внутренних усилий с напряжениями. Виды простых деформаций бруса: растяжение (сжатие), изгиб, сдвиг, кручение.

1.2. Растяжение и сжатие

Элементы конструкций, находящиеся в условиях растяжения или сжатия (брус, стержень, стержневая система, висячая конструкция).

Напряжения в поперечных сечениях стержня. Максимальные напряжения. Продольные и поперечные деформации. Закон Гука. Модуль упругости, коэффициент Пуассона. Определение осевых перемещений сечений. Жесткость поперечного сечения при растяжении и сжатии. Принцип независимости действия сил и условия его применимости. Расчет простейших статически неопределимых систем при растяжении и сжатии, особенности этого расчета.

1.3. Основные характеристики механических свойств конструкционных материалов

Общие требования к конструкционным материалам. Диаграмма растяжения малоуглеродистой стали и ее характерные параметры: предел пропорциональности, предел упругости, предел текучести, временное сопротивление. Условная и истинная диаграммы. Разгрузка и повторное нагружение. Понятие о наклепе. Пластичное и хрупкое разрушение материала. Характеристики пластических свойств материалов. Условный предел текучести. Диаграммы растяжения и сжатия различных конструкционных материалов. Влияние температуры и скорости нагружения на механические характеристики конструкционных материалов.

Предельные состояния. Выбор предельного состояния в зависимости от свойств материала, условий работы и назначения конструкции. Расчет по допускаемым напряжениям. Коэффициенты запаса. Статистическая природа прочности твердых тел. Условия прочности для хрупких и пластичных материалов. Три рода задач при расчете на прочность: подбор размеров сечений, определение допускаемой нагрузки, проверка прочности.

1.4. Геометрические характеристики плоских сечений

Центр тяжести; статический момент; осевой, центробежный и полярный моменты инерции. Зависимости между статическими моментами и моментами инерции для параллельных осей. Изменения моментов инерции при повороте осей. Главные центральные оси инерции и их определение. Главные центральные моменты инерции сечений простого вида. Вычисление моментов инерции сложных и составных сечений. Стандартные прокатные профили.

1.5. Теория напряженного состояния

Понятие о напряженном состоянии. Составляющие напряжений и их обозначения. Правило знаков. Нормальные и касательные напряжения. Закон парности (взаимности) касательных напряжений. Главные площадки и главные напряжения. Экстремальные касательные напряжения. Виды напряженного состояния. Чистый сдвиг как частный случай плоского напряженного состояния. Закон Гука для сдвига. Модуль сдвига. Потенциальная энергия деформации. Связь между упругими постоянными для изотропного тела. Обобщенный закон Гука. Объемная деформация. Удельная потенциальная энергия упругой деформации, ее составляющая - энергия изменения формы.

1.6. Основы теории прочности

Назначение гипотез предельного состояния материала. Условия эквивалентности напряженных состояний по различным гипотезам. Гипотезы прочности для хрупкого состояния материала. Гипотезы для предельного пластического состояния материала. Критерии текучести: наибольших касательных напряжений и энергии изменения формы. Обобщенный критерий Мора.

1.7. Кручение

Кручение прямого стержня круглого и кольцевого поперечного сечения. Касательные напряжения и угол закручивания. Жесткость поперечного сечения при кручении. Главные напряжения. Потенциальная энергия упругой деформации при кручении. Расчет на прочность и жесткость вала круглого и кольцевого поперечного сечения. Статически неопределимые системы при кручении и особенность их расчета.

1.8. Плоский прямой изгиб

Типы опор. Определение реакций в опорах. Классификация видов изгиба. Внутренние силовые факторы в поперечных сечениях балок при прямом изгибе. Дифференциальные зависимости между внутренними силовыми факторами и внешней распределенной нагрузкой. Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. Нормальное напряжение в точке поперечного сечения бруса при чистом изгибе. Эпюра напряжений. Условия прочности для хрупких и пластичных материалов. Подбор рациональных поперечных сечений балок. Жесткость поперечного сечения балки при изгибе. Потенциальная энергия упругой деформации при изгибе. Прямой поперечный изгиб балок. Касательные напряжения при поперечном изгибе (формула Журавского). Главные напряжения при изгибе. Дифференциальное уравнение упругой линии балки и его интегрирование. Расчет на жесткость.

1.9. Сложное сопротивление

Косой изгиб. Нормальные напряжения при косом изгибе. Определение положения нулевой линии и опасных точек в поперечном сечении. Расчет на прочность. Расчет на жесткость.

Изгиб с растяжением (сжатием). Внецентренное растяжение или сжатие

стержня. Пространственный случай действия внешних сил на стержень. Построение эпюр внутренних силовых факторов. Нахождение опасных сечений и опасных точек. Расчет на прочность. Расчет на жесткость.

Изгиб с кручением. Растяжение или сжатие с кручением. Общий случай сложного сопротивления. Применение критериев текучести или хрупкого разрушения в расчетах на прочность. Определение перемещений и расчет на жесткость.

1.10. Устойчивость сжатого стержня

Понятие об устойчивости сжатых стержней. Критическая сила. Формула Эйлера. Обобщенная формула Эйлера для различных случаев опорных закреплений стержней. Границы применения формулы Эйлера. Потеря устойчивости при напряжениях, превышающих предел пропорциональности. Формула Ясинского. Зависимость критических напряжений от гибкости стержня. Расчет на устойчивость по коэффициенту снижения основных допускаемых напряжений.

1.11. Энергетический метод определения перемещений (Факультатив)

Понятие о действительной и возможной работах внешних сил. Потенциальная энергия упругой деформации стержня (бруса) при произвольном нагружении. Интеграл Мора, его вычисление по способу А. Н. Верещагина. Определение перемещений произвольно нагруженных стержней. Теорема о взаимности перемещений.

Статически неопределимые системы при изгибе. Применение метода сил. Выбор рациональной основной системы. Использование симметрии и группировка неизвестных. Статическая и деформационная проверки.

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ИЗУЧЕНИЮ РАЗДЕЛОВ КУРСА

Основная литература

1. Александров А. В. Сопротивление материалов / А. В. Александров, В. Д. Потапов, Б. П. Державин. – М. : Высш. шк., 1995. – 560 с.
 2. Сопротивление материалов / Н. А. Костенко [и др.]. – М. : Высш. шк., 2000. – 430 с.
 3. Сопротивление материалов / Г.С. Писаренко [и др.]. – Киев, 1986. – 775 с.
- Дополнительная литература**
4. Биргер И. А. Сопротивление материалов / И. А. Биргер, Р. Р. Мавлютов. – М. : Наука, 1986. – 560 с.
 5. Ицкович Г. М. Руководство к решению задач по сопротивлению материалов : учеб. пособие для вузов / Г. М. Ицкович, Л. С. Минин, А. Ю. Винокуров. – М. : Высш. шк., 2001. – 529 с.
 6. Дарков А. В. Сопротивление материалов / А. В. Дарков, Г. С. Шпиро. – М. : Высш. шк., 1989. – 624 с.
 7. Писаренко Г. С. Справочник по сопротивлению материалов / Г.С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев. – Киев, 1988. – 736 с.
 8. Винокуров А. И. Сборник задач по сопротивлению материалов / А. И. Винокуров. – М. : Высш. шк., 1990. – 240 с.

2.1. Введение. Основные понятия

Литература: [1, гл. 1, §§ 1.1 -1.5];
[2, гл. 1, §§ 1.1-1.5, 1.7]; [3, гл. 1, §§ 1-3; гл. 3, §§ 13-22]

Изучая этот раздел по учебнику, студент должен усвоить основные понятия сопротивления материалов, роль учебной дисциплины в инженерном образовании, а также уяснить для себя, что изучение сопротивления материалов требует хороших знаний по физике, математике и теоретической механике.

К основным понятиям сопротивления материалов относятся: расчетная схема, внутренние силовые факторы, напряжения, перемещения, деформации.

В начале изучения учебной дисциплины необходимо разобраться в геометрической особенности принятой классификации элементов конструкций и уметь определять их основные виды (брус, оболочка, массив). Основным объектом сопротивления материалов является брус (стержень, балка, рама). Следует изучить классификацию внешних сил и уметь записывать уравнения равновесия от любых видов силовых воздействий.

Понятие о напряжении является фундаментальным для всей механики деформируемого тела. Необходимо знать определение полного напряжения на некоторой площадке и его составляющих: нормального σ и касательного τ

напряжений. Для определения внутренних усилий и напряжений используют метод сечений, известный из курса теоретической механики.

В допущениях о свойствах материала важными являются понятия об упругих и пластических деформациях и понятия о свойствах условного материала. Материал элементов конструкций считают сплошным, однородным, изотропным и линейно-упругим (это и есть условный материал). Также необходимо уметь различать линейные и угловые перемещения, линейные и угловые деформации.

Для вычисления значений внутренних силовых факторов в поперечном сечении бруса применяют метод сечений, известный из теоретической механики. При изучении методики построения эпюр внутренних силовых факторов следует обратить внимание на правило знаков и на особенности графиков, используемые для проверки правильности их построения.

Вопросы для самопроверки

1. Какой объект называют бруском (стержнем)?
2. В чем состоит метод сечений?
3. Назовите все виды внутренних сил в сечении бруса и сформулируйте правила метода сечений для их определения.
4. Что называют деформацией?
5. Какие деформации называют упругими?
6. Какие деформации называют остаточными или пластическими?
7. Что называют перемещением?
8. Что называют полным напряжением в точке?
9. Какое напряжение называют нормальным, а какое касательным?
10. Какие системы являются линейно деформируемыми, а какие - нелинейно деформируемыми?
11. В чем состоит принцип суперпозиции?
12. В чем заключается принцип Сен-Венана?
13. В чем состоит гипотеза плоских сечений (гипотеза Я. Бернулли)?
14. Сформулируйте закон Гука и напишите его математическое выражение.
15. Что называют эпюрой?
16. Зачем строят эпюры внутренних силовых факторов?
17. Как вычисляют продольную силу в произвольном поперечном сечении бруса?
18. Какое правило знаков принято для продольной силы?
19. Какой вид имеет эпюра продольных сил для бруса, нагруженного несколькими сосредоточенными силами?
20. Какой вид имеет эпюра продольных сил для участка, нагруженного равномерно распределенной осевой нагрузкой?
21. В чем заключается проверка правильности построения эпюры продольных сил?
22. Что представляет собой эпюра крутящих моментов?
23. Как вычисляют крутящий момент в произвольном поперечном сечении?

24. В чем заключается проверка правильности построения эпюры крутящих моментов?
25. Что называют поперечной силой в сечении и как ее определяют? Каково правило знаков для поперечной силы?
26. Как определяют изгибающий момент в произвольном сечении? В каком случае он положительный?
27. Что представляют собой эпюры поперечных сил и изгибающих моментов для участка балки, на который действует равномерно распределенная поперечная нагрузка?
28. Чему равна поперечная сила в сечении бруса, в котором изгибающий момент достигает экстремального значения?
29. Какой вид имеет эпюра изгибающих моментов для участка балки, во всех сечениях которого поперечная сила равна нулю?
30. Как проверить правильность построения эпюр поперечных сил и изгибающих моментов?
31. Как выполнить проверку равновесия узла при построении эпюр в плоской раме?

2.2. Растяжение и сжатие

Литература: [1, гл. 3, §§ 3.1, 3.3-3.5, 3.12, 3.13];
[2, гл. 2, §§ 2.1-2.6]; [3, гл. 4, §§ 27, 28]

В этом разделе рассматриваются вопросы расчетов на прочность и жесткость бруса и стержней шарнирно-стержневых систем, а также вопросы о предельных напряжениях, коэффициентах запаса и допускаемых напряжениях, видах расчетов на прочность и о напряженном состоянии в точке. Рассматриваются наиболее интересные задачи расчета статически неопределимых систем. Важно отметить, что многие из перечисленных сведений встречаются и в других разделах курса.

Растяжение и сжатие - простой вид деформаций элементов конструкций, когда в поперечном сечении стержня из шести внутренних усилий возникает только один внутренний силовой фактор – продольная сила N_z , а сами сечения перемещаются плоскопараллельно вдоль собственной продольной оси бруса. Продольная сила связана с внутренним напряжением σ_z уравнением

$$\int_A \sigma_z dA = N_z ,$$

где A - площадь поперечного сечения.

Необходимо обратить внимание на то, что в сопротивлении материалов рассматривают только перемещения, возникающие в результате деформаций, но отождествлять перемещения и деформации нельзя. Так, например, перемещение сечения какого-то участка стержня связано как непосредственно с деформацией этого участка, так и с деформациями некоторых других участков

(или других стержней в составных конструкциях).

При решении статически неопределимых задач надо обратить внимание на отличительные (от определимых) особенности рассчитываемых элементов конструкций: зависимость усилий от соотношения размеров поперечных сечений участков конструкции; зависимость усилий от температуры, неточности изготовления, осадки опор и т. д.

Особое внимание следует обратить на методы расчета строительных конструкций: метод предельных состояний, метод допускаемых напряжений, метод разрушающих нагрузок.

Вопросы для самопроверки

1. Напишите формулу напряжения в сечении при растяжении стержня.
2. Какой вид имеет эпюра нормальных напряжений?
3. Как вычисляют нормальные и касательные напряжения на наклонных площадках?
4. Что называют коэффициентом Пуассона и какие он имеет значения?
5. Что называют абсолютной продольной и поперечной деформациями? Как определяют относительную продольную и поперечную деформации? Какова их размерность?
6. Изложите методику определения перемещения какого-либо сечения в брус, имеющем несколько ступеней (участков).
7. Как вычисляют перемещение узлового сечения в шарнирно-стержневой системе?
8. Какие системы называют статически неопределимыми? Каков порядок их расчета?
9. Как записывают условие жесткости при растяжении?
10. Как вычисляют потенциальную энергию деформации при растяжении бруса?
11. Что такое удельная потенциальная энергия деформации?
10. Чему равны напряжения в сечениях стержня, растягиваемого собственным весом?
12. Чему равно удлинение стержня, растягиваемого собственным весом?
13. Запишите условие прочности растянутого стержня по методу допускаемых напряжений.
14. Укажите различия между методом допускаемых напряжений и методом допускаемых нагрузок.

2.3. Основные характеристики механических свойств конструкционных материалов

Литература: [1, гл. 3, §§ 3.6-3.11]; [3, гл. 4, §§ 29, 30, 33, 34]

Изучая вопросы, связанные с механическими свойствами материалов, следует обратить внимание на то, что в сопротивлении материалов в качестве

предельного сопротивления принимают предел текучести при расчете элемента конструкции из пластичного материала и пределы прочности при растяжении и сжатии при расчете изделий из хрупких материалов. При этом хрупкость и пластичность - это не свойства материалов, а их состояния; под нагрузкой один и тот же материал в зависимости от внешних условий (температуры, давления, скорости нагружения) может разрушаться как хрупко, так и вязко. Следует обратить внимание на качественные особенности влияния температурного и временного факторов внешнего воздействия.

Предел текучести и предел прочности - это характеристики предельного сопротивления, получаемые из результатов стандартных испытаний образцов материала при кратковременном внешнем воздействии, как правило, с постоянной скоростью деформирования. Но именно эти механические характеристики используют в расчетах сопротивления материалов, при этом длительная прочность элементов конструкций обеспечивается введением нормативных коэффициентов запаса.

В сопротивлении материалов считают, что прочность обеспечена при любом внешнем статическом воздействии, если напряжения в наиболее нагруженных (опасных) точках детали или элемента конструкции не превышают допускаемых значений.

Вопросы для самопроверки

1. Какова цель испытаний материалов на прочность?
2. Как выполняют испытания материалов на прочность?
3. Какие характерные участки имеет диаграмма растяжения малоуглеродистой стали?
4. Какие величины характеризуют прочность и пластичность стали?
5. Что называют пределом пропорциональности, пределом упругости, пределом текучести, пределом прочности?
6. Какие напряжения называют условными, какие истинными?
7. Какое напряжение принимают в качестве условного предела текучести?
8. Как влияет температура на предельное сопротивление материалов?
9. Как влияет скорость деформирования на предельное сопротивление материалов?
10. Что называют наклепом?
11. Какие напряжения считают опасными для пластичных и какие для хрупких материалов?
12. Что называют допускаемым напряжением? Как вычисляют значения допускаемых напряжений?
13. Что называют коэффициентом запаса прочности?
14. Запишите условие прочности в общем виде.

2.4. Геометрические характеристики плоских сечений

Литература: [1, гл. 4, §§ 4.1-4.6];
[2, гл. 4, §§ 4.1-4.6]; [3, гл. 3, §§ 25-27]

Геометрическими характеристиками поперечного сечения, определяющими способность стержня сопротивляться деформации, являются: площадь сечения, статические моменты, моменты инерции площади сечения, моменты сопротивления, радиусы инерции. Очень часто, выполняя расчеты на прочность, приходится вычислять статические моменты всего сечения или его части относительно некоторых осей. Необходимо помнить, что ось, относительно которой статический момент равен нулю, называют центральной. Точка пересечения центральных осей является центром тяжести сечения. Координаты центра тяжести сложного или составного сечения x_c и y_c определяют по формулам

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n S_{yi}}{\sum_{i=1}^n A_i}; \quad y_c = \frac{\sum_{i=1}^n S_{xi}}{\sum_{i=1}^n A_i},$$

где S_{yi} и S_{xi} - статические моменты простых фигур, составляющих сложное сечение; A_i - площадь простой фигуры; i - номер простой фигуры.

Если сечение имеет ось симметрии, то центр тяжести такого сечения находится на оси симметрии; если имеются две оси симметрии, то их точка пересечения является центром тяжести.

Существуют осевые моменты инерции (I_x, I_y), полярный (I_p) и центробежный (I_{xy}). Осевой и полярный моменты инерции связаны зависимостью $I_p = I_x + I_y$, эти характеристики всегда больше нуля (положительные) и не могут быть равны нулю. Центробежный момент инерции I_{xy} может быть меньше нуля, равен нулю и больше нуля. Для сечений, у которых имеется ось симметрии, центробежный момент относительно этой оси симметрии и любой другой, перпендикулярной ей, всегда равен нулю ($I_{xy} = 0$). Оси, относительно которых центробежный момент инерции равен нулю, называют главными осями. Если главные оси проходят через центр тяжести сечения, то они являются главными центральными осями. В свою очередь, главные центральные оси - это оси, относительно которых осевые моменты инерции принимают экстремальные значения (I_{\max}, I_{\min}). Если сечение обладает тремя и более осями симметрии (круг, квадрат и им подобные), то любая центральная ось сечения является главной, а все главные центральные моменты инерции сечения одинаковые.

Примечание: если составное сечение состоит из ряда прокатных профилей, то необходимо при вычислении геометрических характеристик пользоваться данными таблиц сортамента. При определении центробежного момента

инерции уголка (равнобокого или неравнобокого) относительно центральных осей x и y , параллельных полкам, необходимо пользоваться следующей формулой:

$$I_{xy} = \pm \sqrt{(I_x - I_{\min})(I_y - I_{\min})} ,$$

где I_x и I_y - моменты инерции сечения относительно осей x и y ; I_{\min} - минимальный момент инерции относительно главной центральной оси, которая обозначается в сортаменте буквой u ; знак центробежного момента выбирается в зависимости от ориентации сечения в осях x и y .

Вопросы для самопроверки

1. Что называют статическим моментом сечения относительно оси?
2. Какова размерность статического момента?
3. Чему равен статический момент площади сечения относительно центральной оси?
4. Запишите формулы, по которым определяют координаты центра тяжести сложного сечения.
5. Что такое осевой, центробежный и полярный моменты инерции сечения?
6. Какова размерность моментов инерции?
7. Какая существует связь между осевыми и полярными моментами инерции?
8. Назовите моменты инерции, которые всегда положительные.
9. Относительно каких осей центробежный момент инерции равен нулю?
10. Запишите формулы моментов инерции прямоугольника, равнобедренного треугольника относительно главных центральных осей.
11. Чему равны осевые моменты инерции круга и кольца относительно центральной оси?
12. Какие оси называют главными, а какие – главными центральными?
13. В каком случае осевые моменты инерции имеют наибольшее и наименьшее значения?
14. Запишите формулы, связывающие геометрические характеристики для параллельных осей.
15. Как определяют положение главных осей?
16. Запишите формулы для осевого и центробежного моментов инерции при повороте осей.

2.5. Теория напряженного состояния

Литература: [1, гл. 13, §§ 13.1-13.4, 13.12, 13.13];
[2, гл. 7, §§ 7.1-7.4, 7.6, 7.7]; [3, гл. 6, §§ 39-47]

Через любую точку нагруженного тела можно провести бесчисленное множество различно ориентированных площадок. Возникает проблема исследования так называемого напряженного состояния в точке деформированного тела. Напряженное состояние в точке - это совокупность

всех напряжений, возникающих на площадках, выделенных в окрестности рассматриваемой точки.

Если рассматривать напряженное состояние в декартовой системе координат, то тогда в окрестности рассматриваемой точки можно выделить три взаимно перпендикулярные площадки таким образом, чтобы на них касательные напряжения оказались равными нулю. Эти площадки называют главными площадками, а направления нормалей к ним - главными направлениями.

Нормальные напряжения, действующие на главных площадках, называют главными напряжениями и обозначают $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, причем $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$. Теория напряженного состояния в точке доказывает одно очень важное свойство: нормальные напряжения на главных площадках являются экстремальными, то есть $\sigma_1 = \sigma_{\max}$, $\sigma_3 = \sigma_{\min}$.

Целью любого анализа напряженного состояния в точке является определение наибольших нормальных и касательных напряжений, а также их направлений. Эти компоненты напряженного состояния используют для оценки сопротивления материалов разрушению.

Существует три вида напряженного состояния:

- одноосное (линейное) - когда два главных напряжения равны нулю;
- двухосное (плоское) - когда одно из главных напряжений равно нулю;
- трехосное (объемное) - когда все три главных напряжения отличны от нуля.

Плоское напряженное состояние наиболее часто встречается в инженерной практике: при поперечном изгибе; изгибе с кручением; изгибе с кручением и растяжением; в толстостенных цилиндрах и трубах и т.п.

При изучении теории напряженного состояния по учебнику следует внимательно разобраться с предлагаемым автором учебника обозначением компонент напряжений и правилом знаков, принятым в формулах.

Вопросы для самопроверки

1. Что представляет собой напряженное состояние в точке?
2. Перечислите виды напряженного состояния.
3. В чем заключается закон парности касательных напряжений?
4. На каких площадках возникают наибольшее и наименьшее нормальные напряжения?
5. Запишите формулу для вычисления главных напряжений при плоском напряженном состоянии.
6. Чему равно наибольшее касательное напряжение в случае плоского напряженного состояния?
7. Запишите формулу максимального касательного напряжения для объемного напряженного состояния.
8. Запишите формулу обобщенного закона Гука.
9. Запишите формулу полной удельной потенциальной энергии упругой деформации.
10. Запишите формулу удельной энергии изменения объема.

2.6. Основы теории прочности

Литература: [1, гл. 14, §§ 14.1-14.5];
[2, гл. 8, §§ 8.1-8.3]; [3, гл. 7, §§ 48-50]

Следует отметить, что на сегодняшний день не существует единой теории, которая бы для любого вида напряженного состояния однозначно устанавливала и характер разрушения, и величину предельных напряжений. В настоящее время существует большое количество критериев, которые находят ограниченное применение: для отдельных материалов, внешних условий, видов напряженного состояния. Наибольшее признание получили классические гипотезы предельного состояния; именно они рекомендуются во всех учебниках по сопротивлению материалов.

Первая классическая гипотеза Г. Галилея (1638 г.) связывает хрупкое разрушение с наибольшим растягивающим главным напряжением. Согласно этой гипотезе прочность твердого материала будет обеспечена, если наибольшее главное растягивающее напряжение в случае сложного напряженного состояния (когда $\sigma_1 > 0$) будет меньше истинного сопротивления отрыву S_p , установленного опытами при одноосном растяжении. Условие прочности имеет вид:

$$\sigma_1 \leq [\sigma_p],$$

где $[\sigma_p] = S_p / [k]$; $[k]$ - нормативный коэффициент запаса.

Этот критерий хорошо соответствует опытным данным, полученным при испытаниях различных конструкционных материалов в условиях двухосного растяжения: чугуна и бетона в обычных условиях; металлов и полимерных материалов - при низких температурах или ударном воздействии. Можно считать, что в настоящее время этот критерий не вызывает сомнения.

Третья классическая гипотеза (Ш. Кулон, 1773 г.) считает, что трехосное и одноосное напряженные состояния являются эквивалентными, если наибольшие касательные напряжения - одинаковые. Условие предельного состояния текучести имеет вид:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_T,$$

где σ_T - предел текучести материала при одноосном напряженном состоянии. Для условия вязкого разрушения при больших деформациях в правой части критерия принимают напряжение, равное истинному напряжению в момент разрыва при одноосном растяжении. Недостатком третьей классической гипотезы является то, что она не учитывает второе главное напряжение σ_2 .

Согласно четвертой классической гипотезе (Дж. К. Максвелл, 1856 г.) причиной текучести в окрестности рассматриваемой точки является величина энергии изменения формы. Условие текучести учитывает все три главных напряжения:

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} = \sigma_T.$$

Перечисленные выше условия текучести применимы только для чистых металлов (железо, медь, свинец, алюминий, никель) и некоторых малоуглеродистых мягких сталей. Поскольку эти условия нашли широкое применение в теории пластичности, то третья и четвертая классические гипотезы носят название гипотез пластичности.

Левую часть условия предельного состояния принято называть эквивалентным напряжением, обозначать $\sigma_{\text{э}}$ и присваивать второй индекс, соответствующий номеру классической гипотезы.

Классические гипотезы пластичности имеют два существенных недостатка. Во-первых, они не учитывают разного сопротивления одноосному растяжению и сжатию, о чем свидетельствуют многочисленные опытные данные зарубежных и российских ученых. Во-вторых, они не учитывают влияние среднего напряжения, в то время как опыты показывают, что предельное сопротивление зависит от вида напряженного состояния, а гидростатическое давление способствует повышению прочности и пластичности твердых тел.

Общий вид условия прочности по любой гипотезе:

$$\sigma_{\text{э}} \leq [\sigma],$$

где $[\sigma]$ - допускаемое напряжение при одноосном растяжении.

Вопросы для самопроверки

1. Для чего служат гипотезы прочности?
2. Перечислите классические гипотезы предельного состояния. Какие критерии предельного состояния они выдвигают?
3. Запишите условия прочности и текучести по различным гипотезам.
4. В каких случаях используют первую гипотезу прочности?
5. В каких случаях применяют третью и четвертую классические гипотезы?
6. В каких случаях следует использовать другие гипотезы предельного состояния?

2.7. Кручение

Литература: [1, гл. 5, §§ 5.1-5.3, 5.8];
[2, гл. 3, §§ 3.1-3.4]; [3, гл.9, §§ 53-55]

Кручением называют такой вид простого сопротивления, при котором в поперечных сечениях бруса возникает лишь один силовой фактор - крутящий момент (M_z или $M_{кр}$), а сами сечения поворачиваются относительно собственной продольной оси бруса. Построение эпюры крутящих моментов принципиально ничем не отличается от построения эпюры продольных сил. При выводе формулы для напряжений, возникающих в точках поперечного сечения бруса (вала), получают параллельно дифференциальное уравнение углов закручивания, которое используется в расчетах на жесткость.

Для вала круглого и кольцевого поперечного сечения задача о

распределении напряжений решается достаточно просто путем использования ряда допущений и гипотез сопротивления материалов. Задача становится более сложной, если кручение испытывает стержень некруглого поперечного сечения.

Условие прочности по методу допускаемых напряжений имеет вид:

$$\frac{M_{кр}}{W_{\rho}} \leq [\tau],$$

где W_{ρ} - полярный момент сопротивления; $[\tau]$ - допускаемое напряжение.

Условие прочности дает возможность выполнять три вида расчетов: проверку прочности; подбор сечения; определение допускаемой нагрузки.

По условию жесткости может быть ограничен как абсолютный угол закручивания φ_z , так и относительный θ . Условие жесткости, ограничивающее значение относительного угла закручивания, имеет вид:

$$\frac{M_{кр}}{GI_{\rho}} \leq [\theta],$$

где I_{ρ} - полярный момент инерции; $[\theta]$ - допускаемый относительный угол закручивания.

Примечание: при выполнении контрольной работы следует обратить внимание на то, что согласно приведенному условию жесткости угол закручивания измеряется в радианах, а не в градусах.

Вопросы для самопроверки

1. Что называют кручением?
2. Запишите закон Гука при сдвиге.
3. Как вычисляют крутящий момент в сечении, если известны внешние скручивающие моменты?
4. Запишите формулу крутящего момента, если известны мощность, передаваемая валом при вращательном движении, и число оборотов в минуту.
5. Какие напряжения возникают в поперечном сечении круглого стержня при кручении и как они направлены?
6. Какие гипотезы (допущения) используют для получения линейного закона распределения касательных напряжений в круглом поперечном сечении?
7. Запишите формулу для определения напряжений в произвольной точке круглого поперечного сечения при кручении.
8. Покажите вид напряженного состояния в опасной точке вала.
9. В чем состоит условие прочности?
10. Чему равен полярный момент инерции круглого сечения?
11. Чему равен момент сопротивления кольцевого сечения вала?
12. Чем объясняется, что стержень кольцевого сечения при кручении более экономичен, чем сплошной?
13. Как разрушаются при кручении пластичные (стальные) и хрупкие (чугунные) стержни? Чем объяснить характер их разрушения?

14. Запишите формулу для определения угла закручивания круглого стержня.
15. Как связаны между собой модули упругости первого и второго рода?
16. Как определить диаметр сечения вала, удовлетворяющий условиям прочности и жесткости?

2.8. Плоский прямой изгиб

Литература: [1, гл. 6, §§ 6.1-6.4; гл. 7, §§ 7.1, 7.2; гл. 8, §§ 8.1-8.5];
[2, гл. 5, §§ 5.1-5.4]; [3, гл. 10, §§ 60, 62, 63, 66-69]

Прямым изгибом называют такой вид простого сопротивления, при котором в поперечном сечении бруса возникает изгибающий момент, плоскость действия которого совпадает с одной из главных центральных осей, а сами сечения поворачиваются относительно другой главной центральной оси. Если в поперечном сечении кроме изгибающего момента возникает еще и поперечная сила, то такой изгиб называют поперечным прямым изгибом. Если поперечная сила равна нулю, то изгиб называют чистым прямым.

Любая задача расчета на прочность балок и рам начинается с анализа внутренних силовых факторов и определения сечения, вероятность разрушения которого наибольшая. Для этого строят эпюры внутренних усилий - поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x (здесь и далее X и Y - главные центральные оси). Эпюры - это графики, отражающие распределение внутренних усилий по длине элемента конструкции. Следует иметь в виду, что умение строить эпюры внутренних усилий вырабатывается только в результате большой самостоятельной работы, т. е. в результате кропотливого изучения соответствующих разделов учебника и тренировки с помощью методического руководства и сборника задач.

В основу вывода формулы нормального напряжения в точках поперечного сечения при чистом изгибе положены: гипотеза плоских сечений, гипотеза о ненадавливании волокон, гипотеза малости перемещений по сравнению с линейными размерами. Для линейно упругого состояния материала напряжение в любой точке поперечного сечения с координатой y

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y.$$

Нейтральной линией (линией нулевых напряжений) является главная центральная ось X сечения. Искривление бруса в этом случае происходит в плоскости изгибающего момента.

Наибольшие нормальные напряжения в сечении возникают в точках, наиболее удаленных от нейтральной оси. При расчете на прочность балок и рам со сложным или составным поперечным сечением находят координату наиболее удаленной точки в растянутой зоне y_p и наиболее удаленной точки в сжатой зоне y_c . Условие прочности в этом случае принимает вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{M_x^{\max}}{I_x} y_P \leq [\sigma_P] \\ \left| \frac{M_x^{\max}}{I_x} y_C \right| \leq [\sigma_C], \end{array} \right.$$

где $[\sigma_P]$ и $[\sigma_C]$ - допускаемые напряжения при растяжении и сжатии материала соответственно; M_x^{\max} - изгибающий момент в опасном сечении.

Если поперечное сечение – простое, имеющее две оси симметрии (круг, прямоугольник, двутавр), условие прочности имеет более простой вид:

$$\frac{M_x^{\max}}{W_x} \leq [\sigma],$$

где W_x - осевой момент сопротивления; $[\sigma]$ - в общем случае, наименьшее из двух значений $[\sigma_P]$ и $[\sigma_C]$.

В представленных выше условиях прочности записаны модули напряжений в опасных точках. Изучая теорию изгиба по учебнику, следует особо обратить внимание на то правило знаков, которое рекомендует автор учебника; при вычислении напряжения в любой точке сечения учитывают и направление вектора изгибающего момента, и знак координаты.

В случае поперечного прямого изгиба в точках сечения возникают нормальное напряжение от изгибающего момента и касательное напряжение от поперечной силы. Поскольку в первом приближении при упругом состоянии материала все перечисленные выше гипотезы можно считать справедливыми, то формула нормального напряжения будет той же, что и для чистого изгиба. Касательные напряжения вычисляют по формуле Журавского; они имеют существенные значения в сечениях тонкостенного профиля, а также, когда сечения составного профиля имеют сварные или клеевые швы. В последнем случае при расчете на прочность используют гипотезы предельного состояния.

По условию жесткости могут ограничиваться как линейные, так и угловые перемещения сечений бруса. Перемещение центра тяжести сечения по направлению, перпендикулярному к оси балки (v_y), называют прогибом. Угол φ_x , на который каждое сечение поворачивается по отношению к своему первоначальному положению, называют углом поворота сечения.

Кривую распределения прогибов по длине балки $v_y(z)$ называют изогнутой осью, а в случае упругого состояния материала - упругой линией балки. В сопротивлении материалов для расчета на жесткость используют приближенное дифференциальное уравнение изогнутой оси балки

$$EI_x v_y''(z) = M_x(z),$$

где $M_x(z)$ - функция распределения изгибающих моментов вдоль оси балки; E - модуль упругости материала.

Метод непосредственного интегрирования заключается в последовательном

интегрировании дифференциального уравнения изогнутой оси:

$$EI_x \varphi_x(z) = \int M_x(z) dz + C_1 - \text{уравнение углов поворота};$$

$EI_x v_y(z) = \int dz \int M_x(z) dz + C_1 z + C_2$ - уравнение прогибов, где C_1 и C_2 - постоянные интегрирования, определяемые из краевых условий и условий совместности перемещений сечений на границах участков.

Метод начальных параметров является методом рационального интегрирования. В этом случае постоянные интегрирования определяют в зависимости от условий в начальном сечении балки. Уравнения моментов в сечении на каждом участке балки составляют, совмещая всегда начало координат с левым крайним сечением балки. При этом константы C_1 и C_2 при интегрировании моментов на каждом участке будут одинаковыми и равными начальному углу поворота и начальному прогибу соответственно. Общий вид уравнений метода начальных параметров является громоздким, но численная реализация задачи - наиболее простая.

Вопросы для самопроверки

1. Какой изгиб называют прямым, плоским?
2. Какой вид изгиба называют чистым, а какой - поперечным?
3. Относительно каких осей следует определять моменты инерции и моменты сопротивления сечения при изгибе?
4. Как находят значение изгибающего момента в каком-либо сечении балки?
5. Что называют эпюрой внутреннего усилия и для чего она строится?
6. Какое правило знаков принято для изгибающего момента и поперечной силы?
7. Какие внутренние усилия возникают в поперечных сечениях балки при поперечном изгибе?
8. Какие дифференциальные зависимости существуют между поперечной силой, изгибающим моментом и интенсивностью внешней распределенной нагрузки?
9. Что называют осевым моментом сопротивления сечения?
10. Перечислите основные допущения, используемые для вывода формулы нормальных напряжений в сечении балки при чистом изгибе.
11. Как распределяются нормальные напряжения по высоте балки? (Запишите формулу).
12. Что называют нейтральным слоем?
13. В каких точках возникают наибольшие нормальные напряжения?
14. Покажите вид напряженного состояния в произвольной точке поперечного сечения при чистом изгибе.
15. Покажите вид напряженного состояния в произвольной точке поперечного сечения при поперечном изгибе.
16. Какие типы задач решают из условия прочности при изгибе?
17. Какая форма сечения балки является рациональной?
18. Какие перемещения имеют место при изгибе?

19. Как связаны функции прогибов и углов поворота сечений?
20. Запишите дифференциальные зависимости, связывающие следующие параметры: прогибы, углы поворота, изгибающие моменты, поперечные силы, интенсивность распределенной нагрузки.
21. Запишите дифференциальное уравнение изогнутой оси балки.
22. Как находят постоянные интегрирования?
23. Напишите общий вид универсального уравнения изогнутой оси балки.
24. В чем заключаются преимущества метода начальных параметров?

2.9. Сложное сопротивление

Литература: [1, гл. 6, §§ 6.5, 6.6];
[2, гл. 6, §§ 6.1, 6.2]; [3, гл. 12, §§ 75-77]

Сложное сопротивление - это вид сопротивления, при котором в поперечных сечениях бруса возникает сочетание нескольких внутренних усилий. Так, кривой изгиб - это вид сложного сопротивления, при котором в поперечном сечении возникает изгибающий момент, силовая плоскость которого не совпадает ни с одной из главных центральных осей. Иначе, воспользовавшись принятой классификацией внутренних усилий, можно сказать, что кривой изгиб - это вид сложного сопротивления, при котором в поперечном сечении стержня возникают два изгибающих момента - M_x и M_y .

Изгиб с растяжением (сжатием) - это вид сложного сопротивления, при котором в поперечном сечении стержня возникают продольная сила N_z и изгибающие моменты M_x и M_y . Внецентренное сжатие (растяжение) представляет собой частный случай изгиба со сжатием (растяжением), при котором изгибающие моменты возникают из-за эксцентриситета внешней силы.

Изгиб с кручением - вид сложного сопротивления, при котором в поперечном сечении стержня возникают крутящий M_z и изгибающие M_x и M_y моменты. А общий случай сопротивления - это вид сложного сопротивления, при котором в поперечном сечении бруса возникают N_z , Q_y , Q_x , M_x , M_y и M_z - растяжение (сжатие) со сдвигом, изгибом и кручением.

Задачи обеспечения прочности и жесткости стержня, находящегося в условиях сложного сопротивления, решают в соответствии с принципом независимости действия сил.

Продольная сила N_z , изгибающий момент M_x и изгибающий момент M_y вызывают в сечении нормальные напряжения. Поперечные силы Q_x и Q_y и крутящий момент M_z вызывают касательные напряжения.

Полное нормальное напряжение в какой-либо точке сечения с координатами x , y есть сумма нормальных напряжений от каждого внутреннего силового фактора:

$$\sigma = \pm \frac{N_z}{A} \pm \frac{M_x}{I_x} y \pm \frac{M_y}{I_y} x.$$

В этой формуле перед каждым слагаемым знак «плюс» соответствует такому направлению внутреннего усилия, при котором в точках первой четверти поперечного сечения (с положительными координатами x, y) возникают растягивающие напряжения; знаку «минус» соответствуют сжимающие напряжения в первой четверти. Графиком уравнения нормального напряжения является плоскость, которая наклонена к плоскости поперечного сечения по линии

$$0 = \pm \frac{N_z}{A} \pm \frac{M_x}{I_x} y \pm \frac{M_y}{I_y} x.$$

Эту линию нулевых напряжений называют нулевой, или нейтральной, линией; она делит поперечное сечение на две зоны - растянутую и сжатую. Опасными (наиболее напряженными) точками в сечении при косом изгибе и изгибе с растяжением (сжатием) являются точки, наиболее удаленные от нулевой линии.

Условие прочности при косом изгибе и изгибе с растяжением (по аналогии с условием прочности при прямом изгибе) представляет собой систему условий: одновременно в наиболее удаленных точках в растянутой и сжатой зонах сечения напряжения не должны превышать допускаемых значений, установленных опытами при одноосном растяжении и сжатии материала соответственно. Проектировочный расчет на прочность для случая изгиба с растяжением стержня имеет особенность: каждое неравенство системы включает в себя слагаемые с неизвестным размером сечения (или параметром размера) в третьей и второй степени. Для того чтобы не вычислять все корни кубических уравнений и не анализировать область допустимых значений неизвестного в соответствии с требуемым условием (этот процесс довольно трудоемкий), используют метод последовательных приближений: вначале, в первом приближении, определяют размер поперечного сечения без учета продольной силы, а затем размер сечения увеличивают до тех пор, пока условие прочности с учетом продольной силы не будет удовлетворено. При этом важно обеспечить требование экономичности: желательно, чтобы максимальное напряжение (в опасной точке) отличалось от допустимого на $\pm 5\%$, что заложено в нормативный коэффициент запаса прочности.

Полное касательное напряжение в точке сечения определяется как векторная сумма касательных напряжений, возникающих от действия Q_x, Q_y, M_z в отдельности:

$$\vec{\tau} = \vec{\tau}_{Q_x} + \vec{\tau}_{Q_y} + \vec{\tau}_{M_z}.$$

При изгибе с кручением и при изгибе с кручением и растяжением (сжатием) бруса круглого поперечного сечения, как правило, влиянием касательных напряжений от поперечных сил пренебрегают. Условие прочности записывают с использованием гипотезы прочности. Гипотезу выбирают таким образом,

чтобы она соответствовала предполагаемому характеру разрушения - хрупкому или вязкому.

Для изгиба с кручением вала круглого или кольцевого сечения условия прочности имеют вид:

по первой классической гипотезе

$$\frac{0.5M_u + 0.5\sqrt{M_u^2 + M_z^2}}{W_u} \leq [\sigma_p],$$

где $M_u = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$; $W_u = W_x = W_y$ - момент сопротивления изгибу;

по третьей классической гипотезе

$$\frac{\sqrt{M_u^2 + M_z^2}}{W_u} \leq [\sigma],$$

где $[\sigma_p] = [\sigma_c] = [\sigma]$;

по четвертой гипотезе

$$\frac{\sqrt{M_u^2 + 0,75 M_z^2}}{W_u} \leq [\sigma].$$

Для изгиба с кручением и растяжением (сжатием) используют условия прочности следующего вида:

по первой гипотезе

$$0,5\sigma + 0,5\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma_p];$$

по третьей гипотезе

$$\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma];$$

по четвертой гипотезе

$$\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma].$$

В этих условиях σ и τ - напряжения в опасных точках бруса, которые вычисляют по вышеприведенным формулам. Проектировочный расчет (определение размера поперечного сечения) выполняют методом последовательных приближений, принципы которого изложены выше; также в первом приближении находят размер, пренебрегая влиянием продольной силы. Следует учесть и тот факт, что диаметры валов, как правило, нормализуют в соответствии с существующими ГОСТами.

Вопросы для самопроверки

1. Какой вид сопротивления называют косым изгибом?
2. В каких точках поперечного сечения возникают наибольшие напряжения при косом изгибе?
3. Как находят положение нейтральной линии при косом изгибе?
4. Какое положение примет нейтральная линия, если силовая плоскость изгибающего момента совпадает с одной диагональю прямоугольного сечения?

5. Может ли балка круглого поперечного сечения находиться в условиях косоугольного изгиба?
6. Какое сложное сопротивление называют внецентренным растяжением (сжатием)?
7. Как находят напряжения в произвольной точке поперечного сечения при внецентренном растяжении (сжатии)?
8. Какой вид имеет график нормальных напряжений в поперечном сечении бруса при изгибе с растяжением?
9. Что называют ядром сечения?
10. Какое положение занимает нейтральная линия, если продольная сила при внецентренном сжатии приложена к вершине ядра сечения?
11. Чему равно нормальное напряжение в центре тяжести сечения при изгибе с растяжением и внецентренном сжатии?
12. Как изменяется вид эпюры нормальных напряжений при удалении полюса (точки приложения сжимающей силы) от центра тяжести сечения?
13. Какие напряжения возникают в поперечном сечении стержня при изгибе с кручением?
14. Как находят опасные сечения вала при изгибе с кручением? Какая точка в этом сечении будет опасной?
15. Покажите вид напряженного состояния в опасной точке вала при изгибе с кручением.
16. Запишите условия прочности вала при изгибе с кручением по I, III и IV гипотезам прочности.
17. При одинаковых значениях изгибающего и крутящего моментов по какой теории, III или IV, расчетное значение диаметра будет больше?
18. Покажите вид напряженного состояния в опасной точке вала при изгибе с кручением и растяжением.
19. Запишите условия прочности вала при изгибе с кручением и растяжением по I, III и IV гипотезам прочности.
20. Какова особенность подбора диаметра вала при изгибе с кручением и растяжением?

2.10. Устойчивость сжатого стержня

Литература: [1 гл. 15, §§ 15.1-15.5];
[2 гл. 10, §§ 13.1-13.6]; [3 гл. 20, §§ 125-129]

Под устойчивостью сжатого стержня в сопротивлении материалов понимают способность стержня сохранять под нагрузкой первоначальную прямолинейную форму равновесия. Условие устойчивости имеет вид:

$$\frac{P}{A} \leq \frac{\sigma_{KP}}{[k_V]},$$

где P - центрально сжимающая сила; A - площадь поперечного сечения

стержня; σ_{KP} - критическое напряжение, при котором прямолинейная форма равновесия изменяется на криволинейную; $[k_V]$ - нормативный коэффициент запаса устойчивости.

Особенностью условия устойчивости является то, что его правая часть не является полностью справочной как, например, в условиях прочности. При этом формулы критического напряжения для стержней большой гибкости (формула Эйлера), средней (формула Ясинского) и малой гибкости (предельное сопротивление одноосному сжатию) - разные. Гибкость, в свою очередь, зависит от конструкции стержня - его длины, геометрических характеристик сопротивления сечения сжатию A и изгибу I_{\min} , а также от способа закрепления.

В связи с особенностью условия устойчивости проектировочный расчет (когда в условии устойчивости два параметра не известны - площадь A и формула σ_{KP}) деталей машин и механизмов выполняют перебором формул критического напряжения, а проектировочный расчет стержней строительных конструкций выполняют по табличному коэффициенту φ_λ снижения основных допускаемых напряжений $[\sigma_C]$ при одноосном сжатии (в соответствии с требованиями существующих строительных норм и правил - СНиП). В последнем случае условие устойчивости сжатого стержня принимает вид:

$$\frac{P}{A} \leq \varphi_\lambda [\sigma_C].$$

Вопросы для самопроверки

1. В чем заключается явление потери устойчивости сжатого стержня?
2. Какую силу называют критической?
3. Запишите формулу Эйлера.
4. При каких условиях применима формула Эйлера?
5. Как влияют условия закрепления стержня на критическую силу, вычисляемую по формуле Эйлера?
6. Что называют гибкостью стержня? От каких параметров она зависит?
7. Что называют предельной гибкостью?
8. Как вычисляют критическое напряжение для стержней малой и средней гибкости?
9. Запишите формулу Ясинского. В каких случаях она применима?
10. Какой вид имеет график критических напряжений в зависимости от гибкости стержня? Покажите его.
11. Запишите условие устойчивости сжатого стержня.
12. Что называют коэффициентом снижения основных допускаемых напряжений φ_λ ?
13. Как производят расчет сжатых стержней на устойчивость при помощи коэффициента φ_λ ?
14. Что называют проверочным и проектировочным расчетом на устойчивость?

3. УКАЗАНИЯ О ПОРЯДКЕ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Каждый студент – бакалавр выполняет то количество контрольных работ, которое предусмотрено учебным планом его специальности.

Номера задач, входящих в контрольные работы	
Специальность заочного обучения	Одна контрольная работа по плану
Строительная *	1, 2, 3, 4, 6
Механическая **	1, 2, 3, 5, 6

* Строительные специальности: АД, МТ, ПГС, ГСХ, ТВ, ВВ, ЗМУ, ЗЧС.

** Механические специальности: ААХ, ДВС, СЭМ, ЭСУ, СДМ, ТМ, ОГР, ЛД, ТД, ОП, ОДД, СС, ООС.

Исходные данные для каждой задачи определяются шифром (три последние цифры номера зачетной книжки) студента, которому поставлены в соответствие буквы *a*, *b* и *v*. Например, при последних цифрах номера 0 5 2: $a = 0$, $b = 5$, $v = 2$.

Исходные данные содержатся в табл. 1 – 6. Из каждого вертикального столбца, обозначенного внизу буквой *a*, *b* или *v*, надо взять только одно число, стоящее в той горизонтальной строке, номер которой совпадает с номером соответствующей буквы.

Работы, выполненные не по шифру, не рецензируются и не проверяются.

Контрольные или курсовые работы рекомендуется выполнять в отдельной тетради стандартного размера темными чернилами или пастой (рисунки, схемы, графики следует выполнять карандашом), четким почерком, с полями для замечаний.

На титульном листе указываются: номер контрольной работы; название дисциплины; название факультета и специальности; номер зачетной книжки (шифр); фамилия, имя и отчество студента; точный почтовый адрес.

Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие с числовыми данными, вычертить расчетную схему в масштабе с указанием на ней всех численных значений, необходимых для расчета.

Решение должно сопровождаться краткими, последовательными и грамотными объяснениями и чертежами, на которых все входящие в расчет

величины должны быть показаны в числах. Следует избегать многословных пояснений и пересказа учебника. Студент должен знать, что язык техники - формула и чертеж. Необходимо указывать размерность всех величин и подчеркивать окончательные результаты.

Получив после рецензирования контрольную работу, студент должен исправить в ней все отмеченные ошибки в соответствии со сделанными ему указаниями. Следует вносить исправления на той же странице (если есть место) или вложить отдельные листы. На повторную рецензию представляется исправленная контрольная работа, включая первоначальный вариант с замечаниями преподавателя.

4. ЗАДАЧИ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Задача 1

Абсолютно жесткое плоское тело опирается на одну шарнирно неподвижную или на две шарнирно подвижные опоры и прикреплено к стержню при помощи шарниров (рис. 1).

Требуется из условий прочности по нормальным напряжениям и жесткости определить значение допускаемой нагрузки F , если предел текучести $\sigma_m = 240 \text{ МПа}$ а запас прочности $k = 1,5$; модуль продольной упругости $E = 200 \text{ ГПа}$; перемещение точки приложения силы δ_k ограничено допускаемым $[\delta_k]$, которое как и все остальные данные взять из табл. 1.

Таблица 1

Номер строки	Схема по рис. 1	$[\delta_k]$, мм	A , см ²	Расстояния, м		
				a	b	c
1	I	1	1	0,4	0,4	0,4
2	II	2	2	0,5	0,5	0,5
3	III	3	1	0,6	0,6	0,6
4	IV	1	2	0,7	0,7	0,7
5	V	2	1	0,8	0,8	0,8
6	VI	3	2	0,9	0,9	0,9
7	VII	1	1	1,0	1,0	1,0
8	VIII	2	2	0,9	0,9	0,9
9	IX	3	1	0,8	0,8	0,8
0	X	1	2	0,7	0,7	0,7
	в	а	б	а	б	в

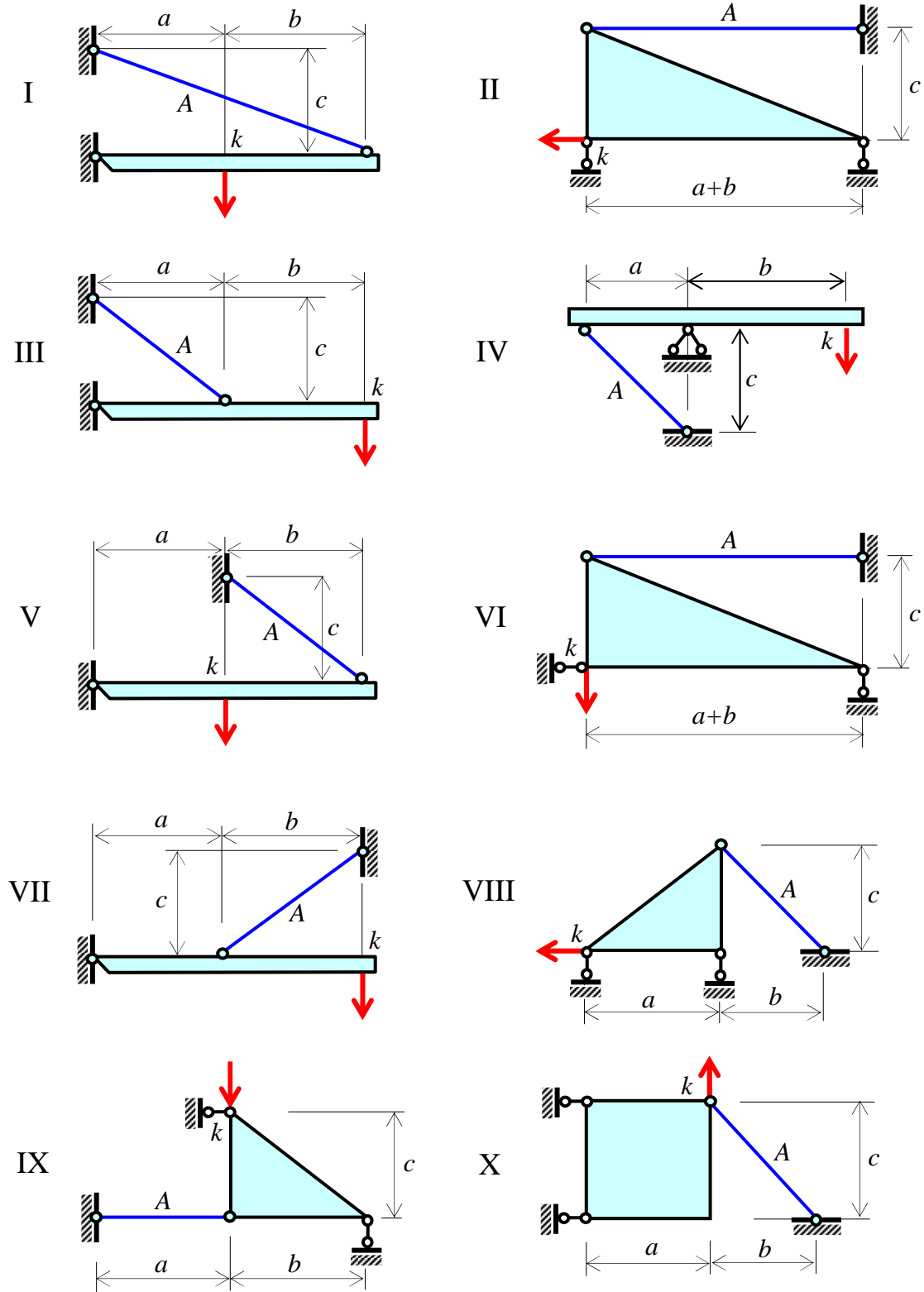


Рис. 1

Задача 2

К стальному валу приложены три известных момента: M_1 , M_2 , M_3 (рис. 2). Требуется: 1) установить при каком значении момента X угол поворота правого концевого сечения вала равен нулю; 2) для найденного значения момента X построить эпюру крутящих моментов; 3) при заданном значении $[\tau]$ определить диаметр вала из расчета на прочность и округлить его значение до ближайшего, равного: 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110; 125; 140; 160; 180; 200 мм; 4) построить эпюру углов закручивания; 5) найти наибольший относительный угол закручивания (на 1 м). Данные взять из табл. 2.

Таблица 2

Номер строки	Схема по рис. 2	Расстояние, м			Момент, кН·м			$[\tau]$, МПа
		a	b	c	M_1	M_2	M_3	
1	I	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	35
2	II	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	40
3	III	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	45
4	IV	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	50
5	V	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	55
6	VI	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	60
7	VII	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	65
8	VIII	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	70
9	IX	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	75
0	X	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	80
	в	а	б	в	а	б	в	а

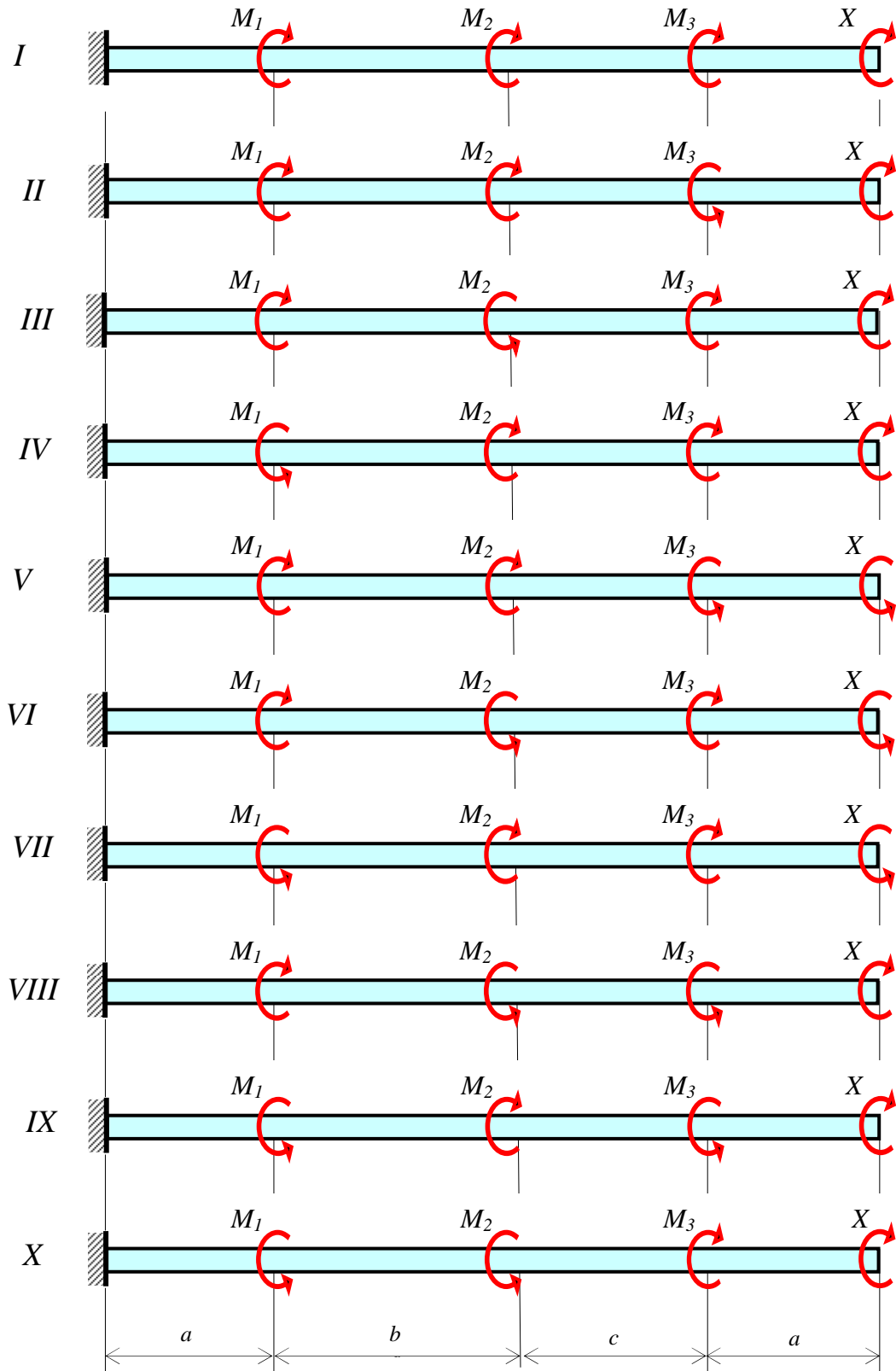


Рис. 2

Задача 3

Для заданных схем балок (рис. 3.2), требуется: 1) построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x , найти M_x^{\max} ; 2) подобрать коробчатое ($h = 2b$, $\alpha = 0,8$), кольцевое ($\alpha = 0,8$) и двутавровое поперечные сечения (рис. 3.1) при $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$; 3) выбрать наиболее рациональное сечение по расходу материала. Данные взять из табл. 3.

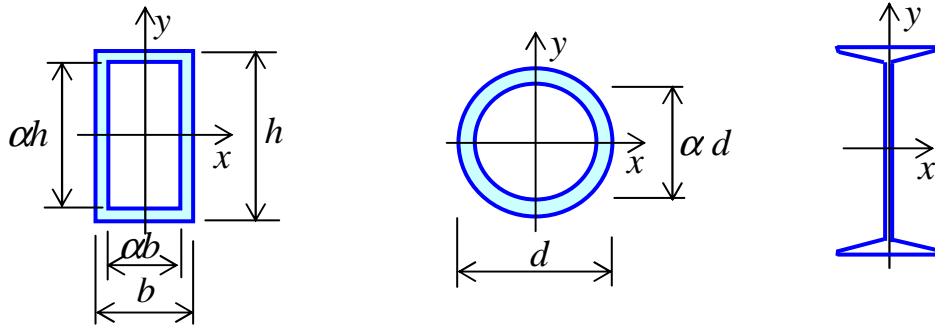


Рис. 3.1

Таблица 3

Номер строки	Схема по рис. 4	l	Расстояние в долях пролета		M , кН·м	F , кН	q , кН/м
		м	a_1/a	a_2/a			
1	I	6	9	1	2	8	2
2	II	8	8	2	3	10	4
3	III	10	7	1	4	12	6
4	IV	8	6	2	3	10	8
5	V	6	5	1	2	8	6
6	VI	8	6	2	3	10	4
7	VII	6	7	1	4	12	2
8	VIII	8	8	2	3	10	4
9	IX	10	9	1	2	8	6
0	X	8	10	2	4	10	8
	в	б	б	в	а	б	в

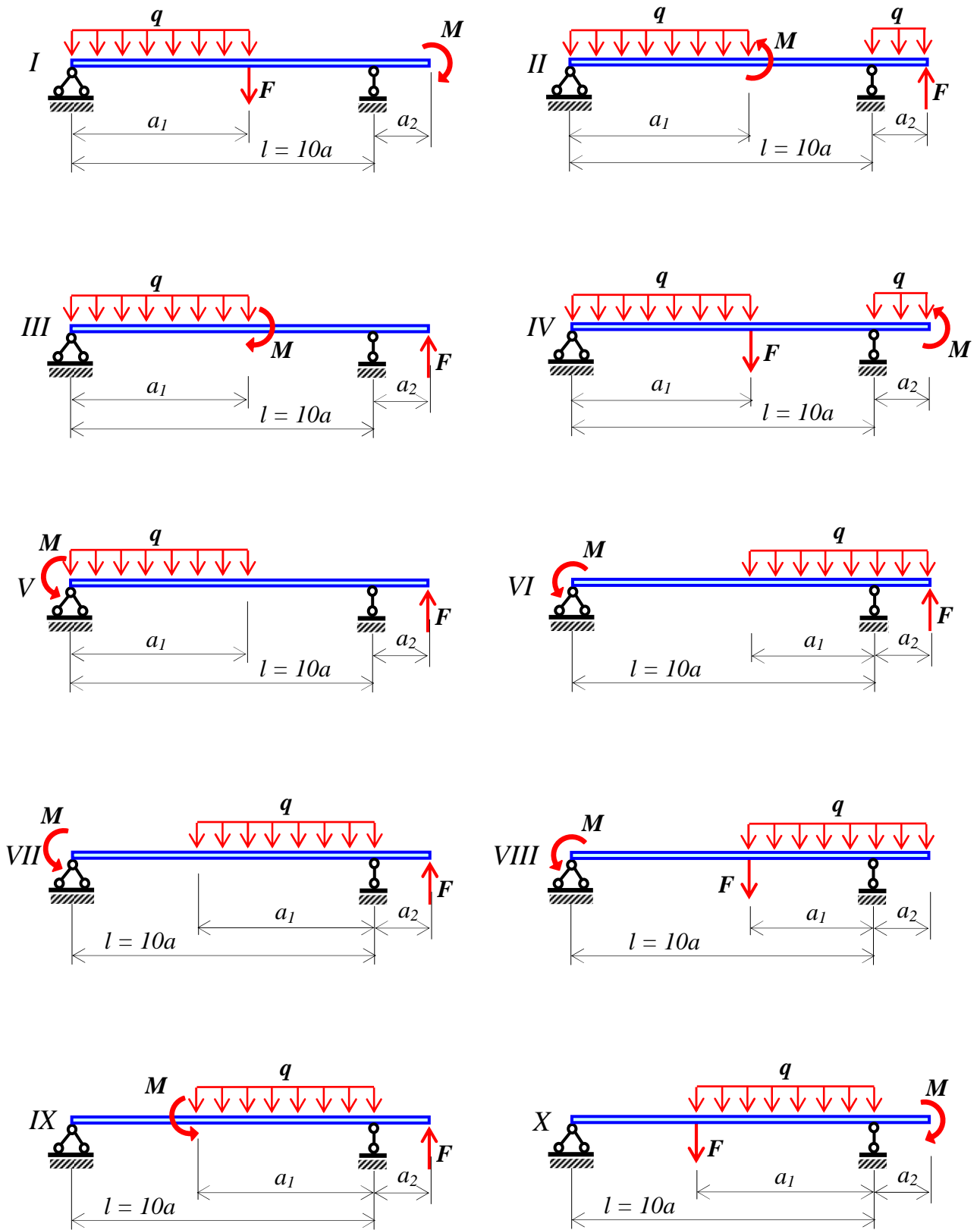


Рис. 3.2

Задача 4

Чугунный короткий стержень, поперечное сечение которого изображено на рис. 4, сжимается продольной силой F , приложенной в точке B . Требуется: 1) вычислить наибольшее растягивающее и наибольшее сжимающее напряжения в поперечном сечении, выразив эти напряжения через F и размеры сечения; 2) найти допускаемую нагрузку F при заданных размерах сечения и допускаемых напряжениях для чугуна на сжатие $[\sigma_c]$ и на растяжение $[\sigma_p]$. Данные взять из табл. 4.

Таблица 4

Номер строки	Схема по рис. 5	a	b	$[\sigma_c]$	$[\sigma_p]$
		см		МПа	
1	I	6	6	110	21
2	II	2	2	120	22
3	III	3	3	130	23
4	IV	4	4	140	24
5	V	5	5	150	25
6	VI	6	6	60	26
7	VII	2	2	70	27
8	VIII	3	3	80	28
9	IX	4	4	90	29
0	X	5	5	100	30
	в	а	б	а	б

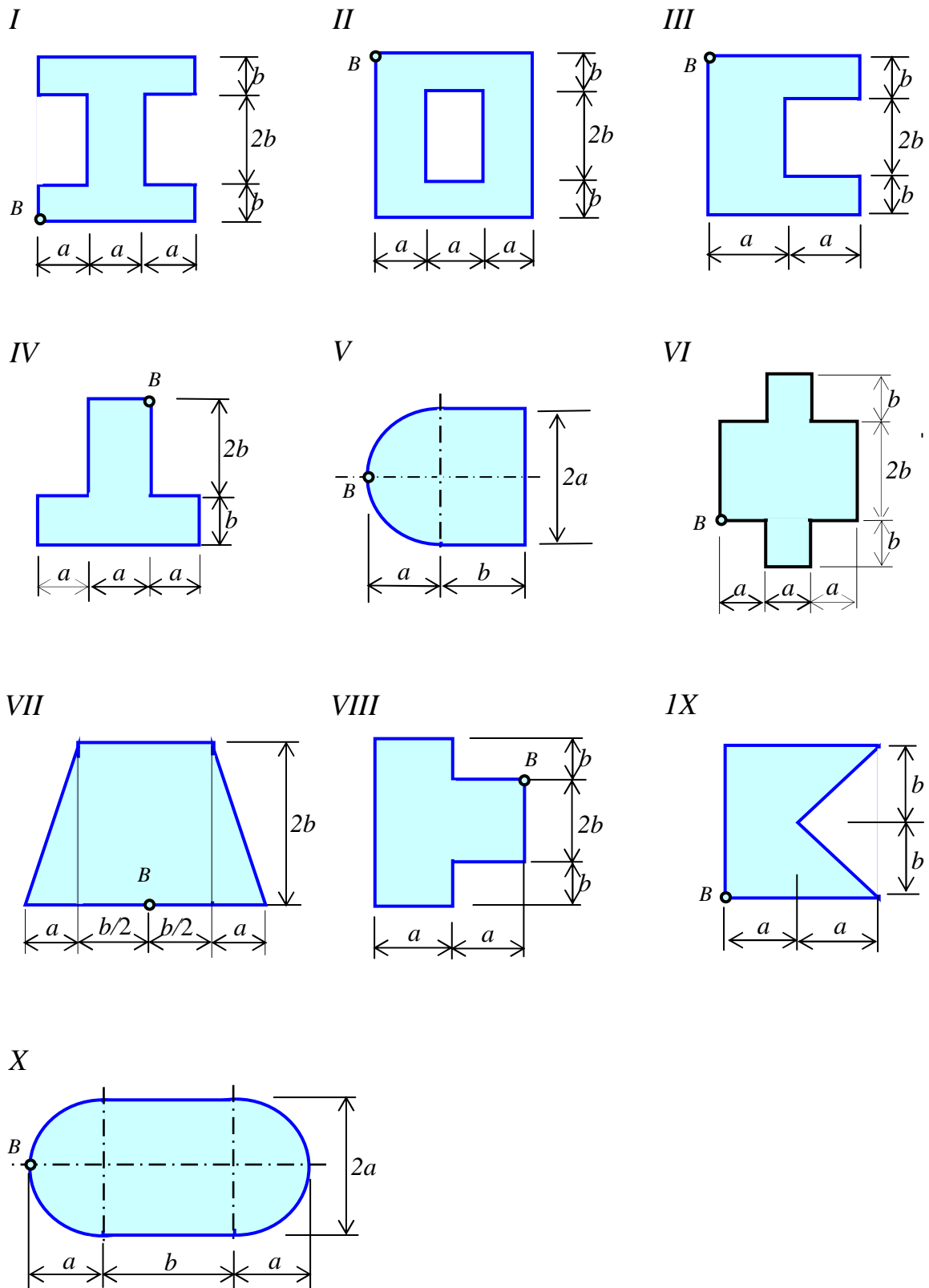


Рис. 4

Задача 5

На рис. 5 изображена в аксонометрии ось ломаного стержня круглого поперечного сечения, расположенная в горизонтальной плоскости и имеющая прямые углы в точках A и B ($l = 0,4$ м). На стержень действует вертикальная нагрузка. Требуется: 1) построить отдельно (в аксонометрии) эпюры изгибающих и крутящих моментов; 2) установить опасное сечение; 3) используя III теорию прочности определить диаметр ломаного стержня при $[\sigma] = 160$ МПа. Данные взять из табл. 5.

Табл. 5

Номер строки	Схема по рис. 6	F H	α		Номер строки	Схема по рис. 6	F H	α
1	I	100	1,1		6	VI	600	0,6
2	II	200	1,2		7	VII	500	0,7
3	III	300	1,3		8	VIII	400	0,8
4	IV	400	1,4		9	IX	300	0,9
5	V	500	1,5		0	X	200	1,0
	в	а	б			в	а	б

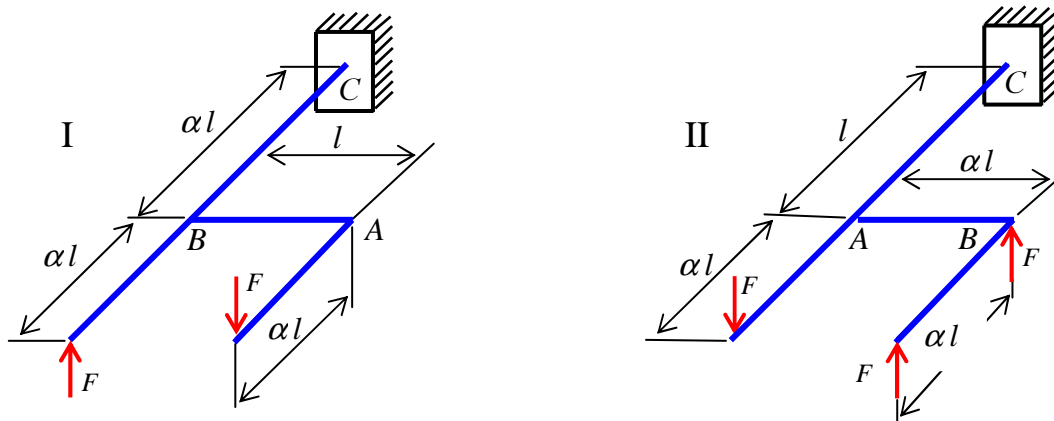


Рис. 5

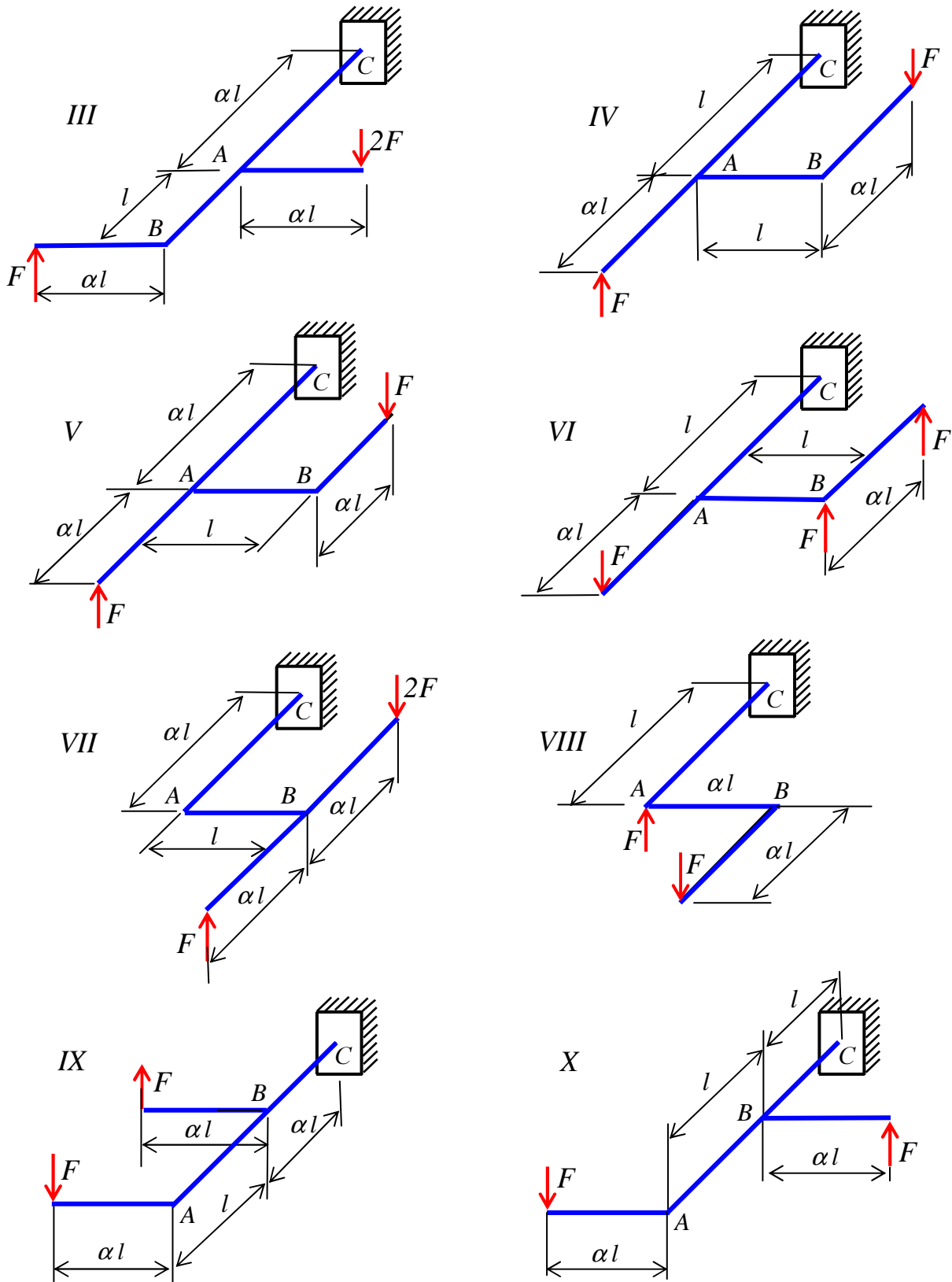


Рис. 5. Окончание

Задача 6

Стальной стержень (сталь Ст3) длиной ℓ сжимается силой F . Требуется: 1) найти размеры поперечного сечения при допуске напряжении на простое сжатие $[\sigma]=160$ МПа (расчет производить методом последовательных приближений, в первом приближении задавшись коэффициентом $\varphi_1 = 0,5$); 2) найти критическую силу и коэффициент запаса устойчивости. Данные взять из табл. 6.

Таблица 6

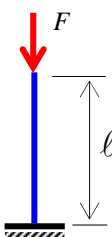
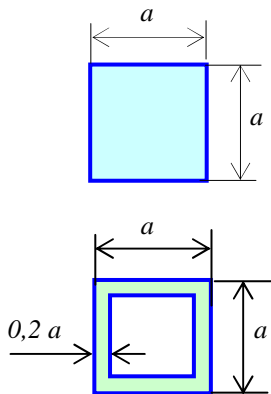
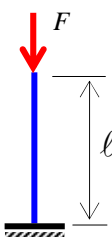
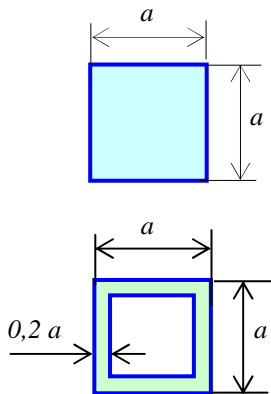
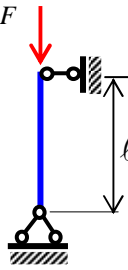
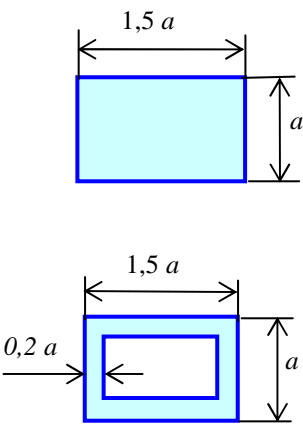
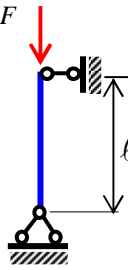
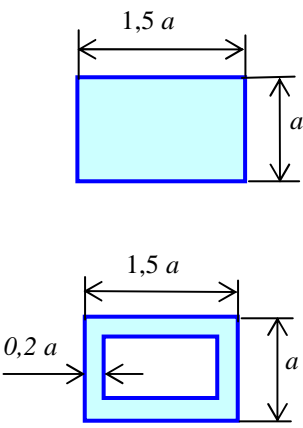
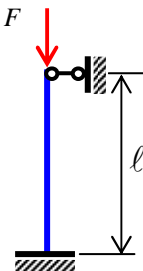
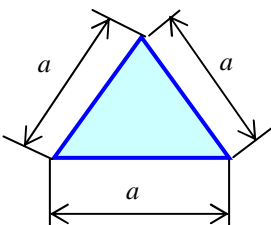

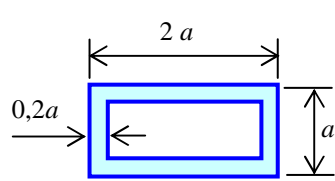
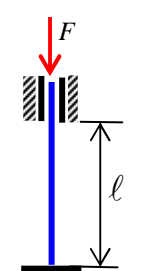
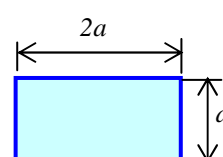
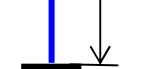
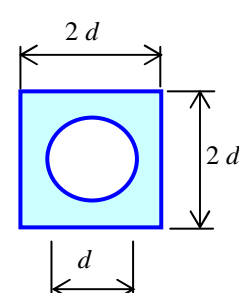
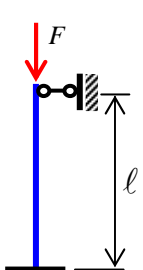
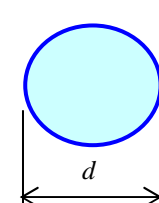

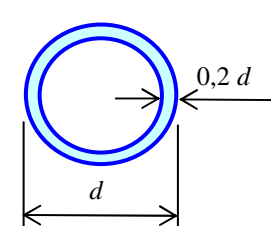
Номер строки	F , кН	ℓ , м	Схема закрепления концов стержня	Форма сечения стержня
1	100	2,1		
2	200	2,2		
3	300	2,3		
4	400	2,4		
	а	б	б	в

Таблица 6. Окончание

Номер строки	F , кН	l , м	Схема закрепления концов стержня	Форма сечения стержня
5	500	2,5		
6	600	2,6		
7	700	2,7		
8	800	2,8		
9	900	2,9		
0	1000	3,0		
	а	б	б	в

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Программа дисциплины «сопротивление материалов»	4
2. Методические указания к изучению разделов курса	8
3. Указания о порядке выполнения контрольных работ	27
4. Задачи контрольных работ	28
5. Оглавление	40