

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
“Хабаровский государственный технический университет”

СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

Статический и динамический расчет вала

Методические указания к выполнению расчетно-графической работы
по курсу "Сопротивление материалов"
для студентов механических специальностей

Хабаровск
Издательство ХГТУ
2003

Сложное сопротивление. Статический и динамический расчет вала: Методические указания по выполнению расчетно-графической работы по курсу «Сопротивление материалов» для студентов механических специальностей /Сост. Л.Б. Потапова. – Хабаровск: Изд-во Хабар. гос. техн. ун-та, 2003. – 31 с.

Методические указания составлены на кафедре механики деформируемого твердого тела. Включают задание на проектирование вала редуктора; методические указания по выполнению расчетов, анализ полученных промежуточных результатов; численный пример расчета вала на прочность, жесткость, выносливость и колебания; контрольные вопросы для подготовки к защите выполнения расчетно-графической работы; библиографический список.

Печатается в соответствии с решениями кафедры механики деформируемого твердого тела и методического совета института архитектуры и строительства.

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Валы предназначены для передачи крутящего момента от одной вращающейся детали к другой. Они несут на себе детали механизма и поэтому в зависимости от конструкции находятся под нагрузкой в условиях совместного действия изгиба и кручения (основной случай) или кручения. При расчете вал рассматривают как брус, лежащий на шарнирных опорах и нагруженный силами и моментами. Статический расчет на прочность выполняют обычно первым, поэтому в его результате получают значение диаметра в первом приближении.

Для обеспечения нормальной работы деталей передач и подшипников вал под нагрузкой не должен сильно деформироваться. Статический расчет на жесткость сводится к определению прогибов и углов поворота отдельных сечений вала. Нормы жесткости, как правило, высокие: допустимый прогиб под зубчатыми колесами 0,01 – 0,03 модуля в см.; углы наклона оси вала в опорах не должны превышать 0,001 радиана при подшипниках скольжения и 0,002 – 0,05 при подшипниках качения различной конструкции. Поэтому при расчете вала на жесткость диаметр получается больше, чем при расчете на прочность. Однако это не означает, что в процессе эксплуатации в материале вала всегда бывают невысокие напряжения. Поскольку из-за вращения вала нормальные напряжения меняются циклически, то при некоторых эксплуатационных частотах вращения возможны динамические перегрузки.

Расчет на выносливость выполняют как проверочный для всех сечений, ослабленных отверстиями, выемками, пазами, и для переходных сечений от одного диаметра к другому. Все перечисленные конструктивные элементы предназначены для установки и крепления деталей на валу. Они являются макроскопическими концентраторами напряжений. Микроскопическими концентраторами напряжений являются микронеровности поверхности, образованные в результате финишной технологической операции обработки вала. Поэтому сопротивление усталости валов в ряде случаев может быть существенно повышено за счет конструктивных и технологических приемов. Сопротивление циклическим нагрузкам зависит и от величины диаметра вала, так как вероятность наличия технологических микро и макродефектов структуры связана с объемом материала и с величиной его поверхности. Таким образом, расчет на выносливость при многоциклового усталости заключается в вычислении парциальных коэффициентов запаса выносливости вала отдельно по нормальным и касательным напряжениям с учетом вида цикла напряжений и всех факторов, влияющих на выносливость. Для случая простого нагружения, когда все нагрузки изменяются пропорционально одному параметру, парциальные коэффициенты запаса, как правило, определяют на основе подобия циклов, а общий коэффициент запаса выносливости – по третьей гипотезе прочности, полагая разрушение квазивязким.

Расчет на виброустойчивость сводится к определению спектра собственных частот вала и сравнению этих частот с собственной частотой вращения вала. Если хотя бы одна собственная частота совпадает с частотой изменения циклических напряжений, то это означает возможность явления резонанса. В этом случае поперечный размер вала увеличивают. Если совпадения частот нет, то вычисляют наибольшее значение динамического ко-

эфициента по приближенной формуле и оценивают его допустимость, как по напряжениям, так и по деформациям.

ЗАДАНИЕ НА ПРОЕКТИРОВАНИЕ

Распределительный вал с цилиндрическими зубчатыми передачами (рис. 2.1-2.4) выполнен из углеродистой стали и приводится во вращение зубчатым колесом 2. Все зубчатые колеса закреплены на валу неподвижно с помощью шпонок. Определить нормализованное значение диаметра вала, обеспечивающее прочность, жесткость, выносливость и виброустойчивость.

По условиям эксплуатации запас прочности по пределу текучести должен быть не меньше нормативного $[n_T] = 1,5$; прогиб вала под шестерней не должен превышать допускаемого значения $[\Delta] = 0,4$ мм, а угол поворота на опоре не должен превышать $[\varphi] = 0,01$ радиана. Для вала нормативный коэффициент запаса выносливости в пределах $[n_r] = 1,4 - 2,5$, при этом нормальные напряжение меняются по симметричному циклу ($r_\sigma = -1$), а цикл касательных напряжений задан условно с учетом режима эксплуатации вала коэффициентом асимметрии r_τ .

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ:

n - угловая скорость вала;

N_3 - мощность, передаваемая шестерней 3;

N_5 - мощность, передаваемая шестерней 5;

σ_s - предел прочности стали.

2. ПОРЯДОК РАСЧЕТА ВАЛА

2.1. Расчетная схема

2.1.1. Согласно заданному шифру на основе схемы насадки шестерен рис.2.4 и по исходным данным табл.2.1 вычертить кинематическую схему вала так, как она показана на рис.2.1.

2.1.2. Вычислить крутящие моменты, передаваемые на вал от зубчатых передач, по формуле:

$$M_{ki} = \frac{N_i}{\omega},$$

где $i = 2, 3, 5$ – номер детали, установленной на валу; $\omega = 2\pi n / 60$, s^{-1} – частота вращения вала.

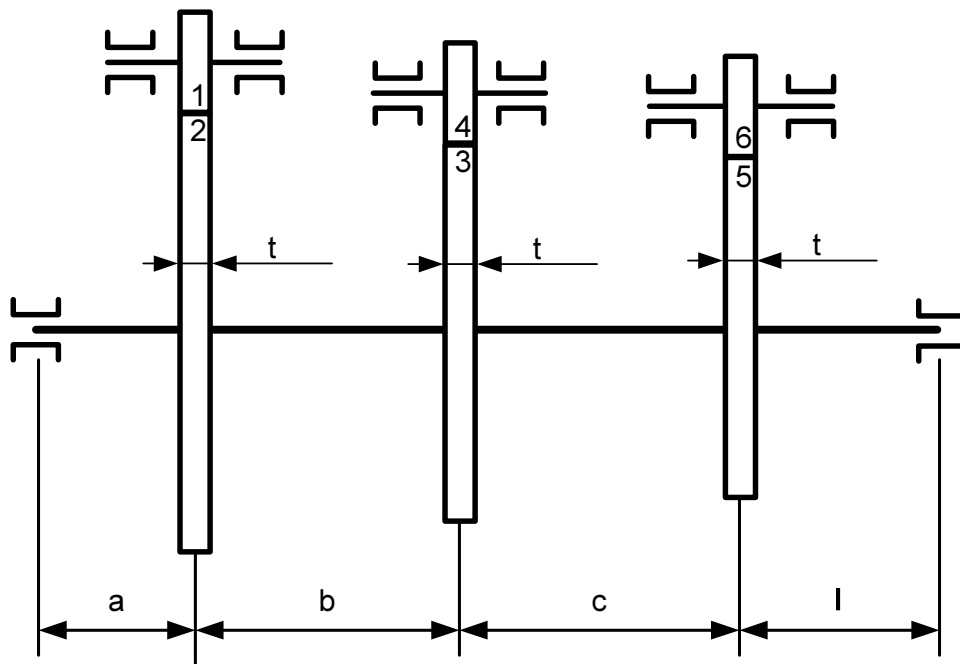


Рис. 2.1. Кинематическая схема вала (развертка).

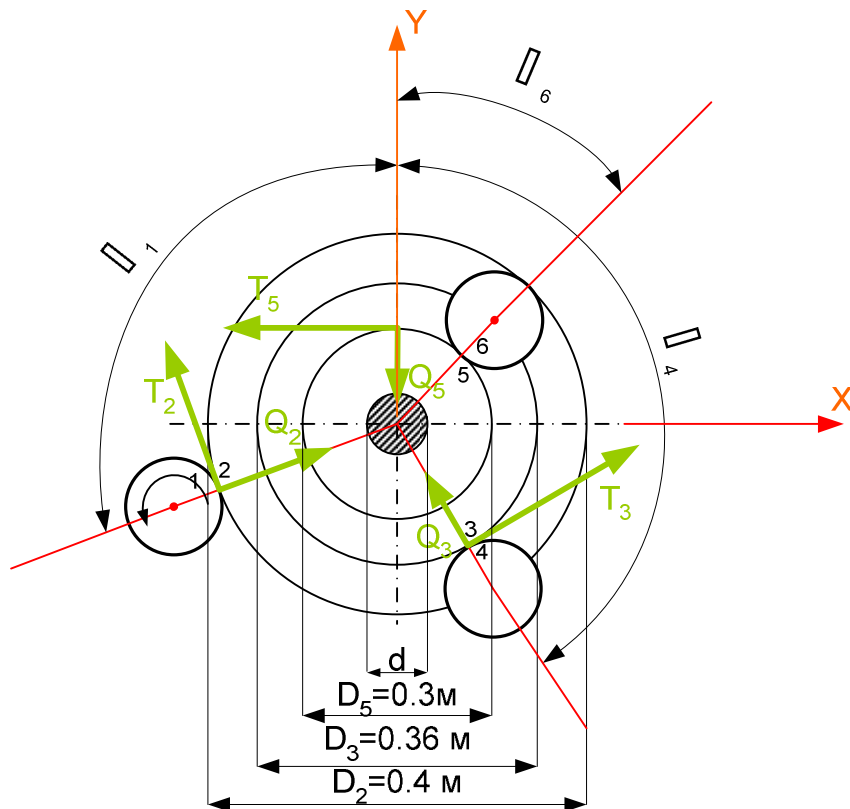


Рис. 2.2. Компонка передач и усилий зацепления на валу

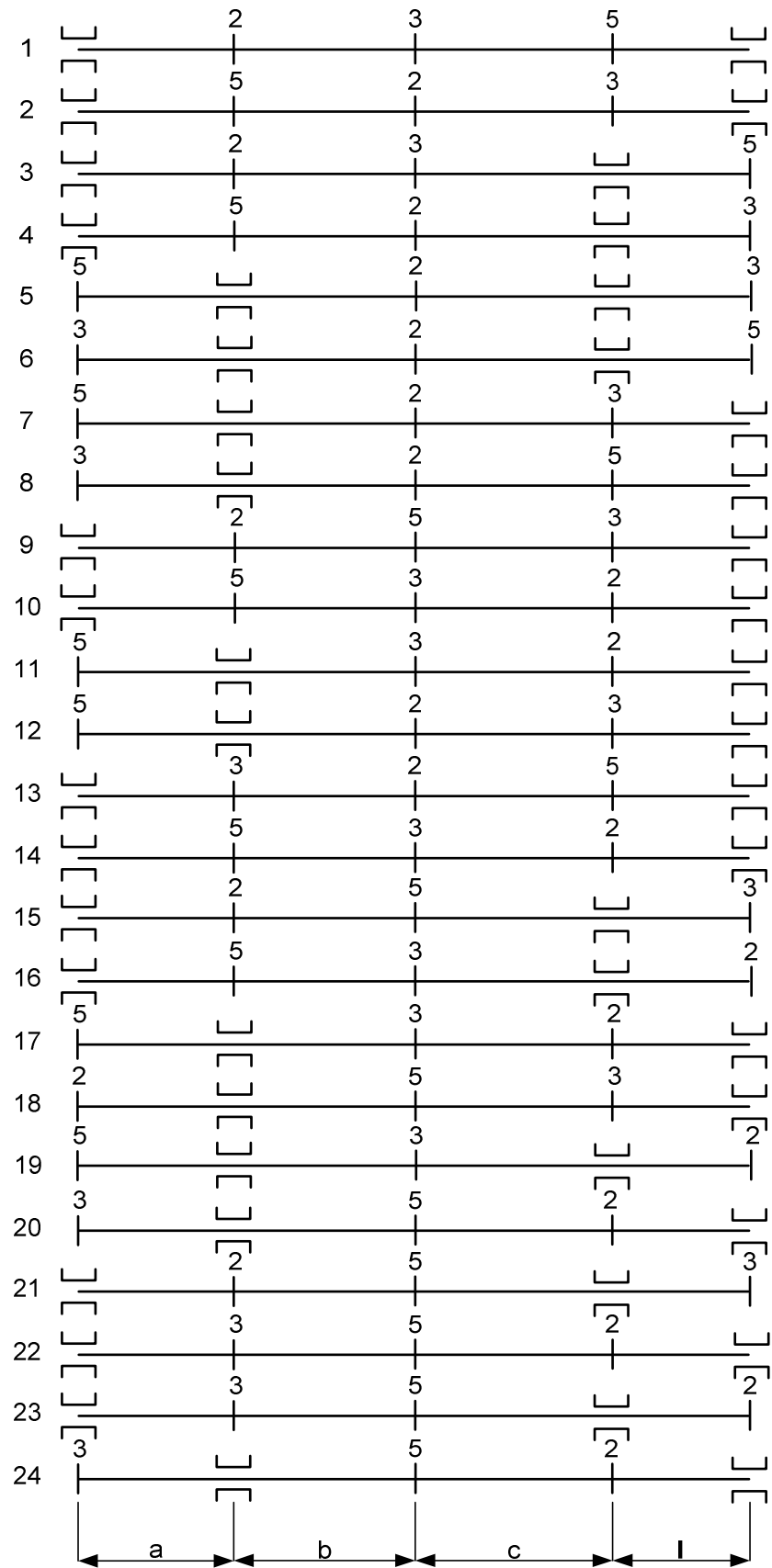


Рис.2.4. Схема насадки шестерен

Таблица 2.1

Исходные данные к расчету вала редуктора

Вариант	a , м	b , м	c , м	l , м	φ_1 , град	φ_4 , град	φ_6 , град	n , об / мин	N_3 , кВт	N_5 , кВт	r_T	σ_e , МПа	Обработка	
А	0,2	0,4	0,3	0,2	20	-60	-100	1 000	40	80	0,6	500	Шли- фо- ва- ние	
Б	0,2	0,5	0,2	0,2	25	-70	-90	1 020	42	76	0,1	520		
В	0,2	0,3	0,3	0,2	30	-20	-160	1 040	44	74	0,2	540		
Г	0,1	0,4	0,3	0,2	35	120	-40	1 060	46	70	0,3	560		
Д	0,2	0,3	0,2	0,2	40	140	-120	1 080	48	66	0,4	600		
Е	0,1	0,4	0,3	0,2	50	150	-20	800	50	62	0,5	620	Тон- кое то- че- ние	
Ж	0,2	0,3	0,2	0,1	55	180	-40	1 120	51	60	0,6	640		
З	0,1	0,3	0,3	0,2	60	-140	-60	820	52	58	0,7	660		
И	0,2	0,4	0,2	0,1	65	90	-130	970	54	56	-0,1	680		
К	0,1	0,3	0,4	0,2	70	130	-30	1 140	56	54	-0,2	700		
Л	0,2	0,3	0,2	0,2	-110	150	0	1 110	58	52	-0,3	720	Шли- фо- ва- ние	
М	0,1	0,2	0,4	0,2	-115	20	110	840	60	50	-0,4	740		
Н	0,2	0,2	0,3	0,1	-120	0	40	1 120	62	48	-0,5	760		
О	0,1	0,3	0,4	0,2	-130	50	180	990	64	47	-0,6	780		
П	0,2	0,4	0,3	0,2	-140	-180	-30	1 140	66	46	-0,7	800		
Р	0,1	0,3	0,4	0,2	-150	90	-20	860	68	45	0,5	790	Тон- кое то- че- ние	
С	0,2	0,2	0,4	0,1	-120	50	0	1 180	70	44	0,6	740		
Т	0,1	0,3	0,4	0,2	120	-160	-30	980	72	43	0,4	750		
У	0,2	0,5	0,2	0,1	130	0	-160	1 160	73	42	0,3	730		
Ф	0,1	0,2	0,5	0,2	140	-20	180	1 000	74	41	0,2	710		
Х	0,2	0,4	0,2	0,1	150	30	90	1 120	75	40	0,1	690	Шли- фо- ва- ние	
Ц	0,1	0,3	0,3	0,2	160	20	-60	680	76	39	-0,1	670		
Ч	0,2	0,3	0,4	0,1	-20	-140	40	650	77	38	-0,2	650		
Ш	0,1	0,3	0,2	0,2	-30	20	-150	600	78	37	-0,3	630		
Щ	0,2	0,4	0,3	0,2	-40	-150	50	630	79	36	-0,4	610		
Ъ														
Ы	0,1	0,5	0,2	0,2	-50	-130	20	620	80	35	-0,5	590	Тон- кое то- че- ние	
Э	0,2	0,4	0,3	0,1	-60	40	150	610	81	34	-0,6	570		
Ю	0,2	0,3	0,4	0,1	-70	60	-150	640	82	33	-0,7	550		
Я	0,1	0,4	0,3	0,2	90	-40	-110	690	83	32	0,5	530		
	0,2	0,3	0,3	0,2	-90	30	140	600	84	30	0,4	510		

Вычислить соответствующие этим моментам составляющие сил зацепления в зубчатых передачах: тангенциальные усилия $T_i = 2M_{ki} / D_i$; радиальные $Q_i = T_i \operatorname{tg} 20^\circ$,

где D_i - диаметр делительной окружности зубчатого колеса, соответствующий значениям, указанным на рис.2.2.

Считая, что вращение вала происходит против часовой стрелки (см. рис.2.3), показать все вычисленные усилия на схеме компоновки передач на валу так, как это показано на примере рис.2.2. Для этого вначале установить положение полюсов зацепления зубчатых передач 1-2, 2-3 и 5-6, отложив от оси Y , принятой за начало отсчета, углы φ_1 , φ_4 и φ_6 , которые определяют пространственное расположение передач; значение углов взять из таблицы 2.1. Затем в полюсах зацепления зубчатых колес показать усилия зацепления, при этом все радиальные усилия Q_i будут направлены к центру вала, а тангенциальные – по касательной к делительной окружности: T_2 – по ходу вращения вала, то есть против часовой стрелки; T_3 и T_5 – по часовой стрелке.

2.1.3. Привести силы к центру вала в местах насадки соответствующих шестерен и разложить их на горизонтальные и вертикальные составляющие.

В итоге расчетная схема представляет собой статически определимую двухопорную балку, нагруженную тремя скручивающими моментами и внешними поперечными сосредоточенными вертикальными и горизонтальными силами. В данном случае подшипники представляют собой пространственные шарнирные опоры, воспринимающие любую радиальную нагрузку.

2. Расчет на прочность

2.2.1. Построить эпюры внутренних усилий: крутящих моментов M_k ; изгибающих моментов M_x и M_y и развертку эпюры суммарных изгибающих моментов

$$M_u = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}.$$

2.2.2. Выбрать опасное сечение вала.

2.2.3. Определить диаметр вала из условия прочности, воспользовавшись одной из гипотез прочности (третьей или четвертой). Размер сечения вала принять как ближайшее большее из нормального ряда чисел: 30; 35; 40; 45; 50; 60; 70; 80; 90; 100; 110; 125; 140; 160; 180; 200 мм. В условии прочности предельное сопротивление текучести материала принять по эмпирической зависимости: $\sigma_T = 0,7\sigma_s$.

3. Расчет на жесткость

2.3.1. Используя принцип независимости действия сил, определить методом Мора прогибы сечений вала под зубчатыми колесами ($i = 2, 3, 5$) отдельно в вертикальной

$$\Delta_{ix} = \sum_k \int_{l_k} \frac{\bar{M}_i M_x}{EI_x} dz$$

и горизонтальной плоскости

$$\Delta_{iy} = \sum_k \int_{l_k} \frac{\bar{M}_i M_y}{EI_y} dz.$$

Здесь \bar{M}_i – изгибающий момент вспомогательного единичного состояния, отражающего направление определяемого перемещения; $I_x = I_y$ – осевой момент инерции круглого сечения вала; $E = 2 \cdot 10^5$ МПа – модуль упругости стали; k – число участков вала; l_k – длина отдельного участка.

2.3.2. Суммарный прогиб вала под шестерней определить как векторную сумму линейных перемещений $\Delta_i = \sqrt{\Delta_x^2 + \Delta_y^2}$.

Полученные значения сравнить с допускаемым прогибом. При необходимости диаметр вала увеличить, взяв ближайшее большее значение из нормализованного ряда чисел.

2.3.3. По формуле Мора вычислить углы поворота сечений вала на левой ($j = l$) и правой ($j = n$) опоре в вертикальной

$$\varphi_{jx} = \sum_k \int_{l_k} \frac{\bar{M}_j M_x}{EI_x} dz$$

и горизонтальной плоскости

$$\varphi_{jy} = \sum_k \int_{l_k} \frac{\bar{M}_j M_y}{EI_y} dz.$$

2.3.4. Суммарный угол поворота на левой и правой опоре найти как результат решения геометрической задачи, основанной на гипотезе малости перемещений по сравнению с габаритными размерами рассматриваемого объекта. Тогда угол, образованный между поперечной осью x и осью, относительно которой происходит суммарный поворот, $\alpha_j = \arctg(\varphi_{jy} / \varphi_{jx})$, а величина этого угла суммарного поворота:

$$\varphi_j = \varphi_{jx} \cos \alpha_j + \varphi_{jy} \sin \alpha_j.$$

Выполнить проверку условия жесткости. При необходимости диаметр вала увеличить.

4. Расчет на выносливость

2.4.1. Для опасного сечения вала вычислить параметры цикла нормальных напряжений в наиболее нагруженной точке этого сечения. Если сечение ослаблено шпоночным пазом, осевой момент сопротивления w_{oc} взять из **таблицы 2**. Цикл изобразить графически.

Таблица 2.2

Моменты сопротивления сечений, ослабленных одним шпоночным пазом

Диаметр, мм	$w_{oc}, \text{см}^3$	$w_p, \text{см}^3$	Диаметр, мм	$w_{oc}, \text{см}^3$	$w_p, \text{см}^3$	Диаметр, мм	$w_{oc}, \text{см}^3$	$w_p, \text{см}^3$
30	2,32	4,97	70	30,2	64,0	125	173	364
35	3,66	7,87	80	45,0	95,0	140	248	517
40	5,50	11,8	90	65	137	160	379	747
45	7,30	16,7	100	89	187	180	529	1 101
50	10,7	23,0	110	117	248	200	736	1 525
60	18,8	40,0						

Таблица 2.3

**Коэффициенты концентрации напряжений
для вала со шпоночной канавкой**

Характер нагружения	Предел прочности $\sigma_s, \text{МПа}$			
	500	600	700	800
Изгиб α_σ	1,50	1,60	1,72	1,80
Кручение α_τ	1,40	1,50	1,60	1,70

Таблица 2.4

**Значение масштабного коэффициента ε
для углеродистой стали с $\sigma_s = 500 - 800 \text{ МПа}$**

Диаметр, мм	ε	Диаметр, мм	ε	Диаметр, мм	ε	Диаметр, мм	ε
20	0,89	40	0,81	70	0,73	200	0,61
30	0,85	50	0,78	100	0,68		

Таблица 2,5

Значение коэффициента качества поверхности β

Обработка поверхности	Предел прочности $\sigma_s, \text{МПа}$			
	500	600	700	800
Шлифование	0,930	0,915	0,910	0,900
Тонкое точение	0,880	0,860	0,850	0,830

2.4.2. Вычислить коэффициент запаса выносливости детали по нормальным напряжениям, используя формулу:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{\alpha_\sigma}{\varepsilon\beta} \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m},$$

где $\sigma_{-1} \approx 0,4\sigma_s$ - предел выносливости углеродистой стали; α_σ - коэффициент концентрации нормальных напряжений; ε - масштабный фактор; β - коэффициент качества поверхности; $\psi_\sigma = 0,1$ - коэффициент влияния среднего напряжения для углеродистой стали; σ_a - амплитудное, σ_m - среднее напряжение цикла.

Для оценки влияния факторов воспользоваться данными таблиц 3-5; значения коэффициентов определить методом линейной интерполяции или графически. Если опасное сечение не ослаблено шпоночной канавкой, то есть находится под подшипником, коэффициенты концентрации нормальных и касательных напряжений вычислить по формуле:

$$\alpha_\sigma = \alpha_\tau = 1,2 + 0,2 \frac{\sigma_s - 400}{1100}.$$

2.4.3. Вычислить параметры цикла касательных напряжений в опасной точке расчетного сечения. Если это сечение находится под шестерней, полярный момент сопротивления w_p взять из таблицы 2. Показать цикл графически.

2.4.4. Вычислить коэффициент запаса выносливости по касательным напряжениям:

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{\alpha_\tau}{\varepsilon\beta} \tau_a + \psi_\tau \tau_m}.$$

2.4.5. Выполнить проверку выносливости по формуле Гаффа - Полларда

$$\frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} \geq [n_r].$$

При необходимости диаметр вала увеличить, взяв большее значение из нормального ряда чисел.

5. Расчет на виброустойчивость

2.5.1. Составить расчетную схему вала в виде упругой системы с тремя степенями свободы – тремя сосредоточенными массами; собственной массой вала пренебречь. Массы зубчатых колес определить приближенно как массы сплошных ровных дисков:

$$m_i = \rho \frac{\pi D_i^2 t}{4}.$$

Здесь $\rho = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ – плотность стали; D_i – диаметр делительной окружности зубчатого колеса; $t = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ – толщина зубчатого колеса (см. рис.1); $i = 2, 3, 5$ – номер зубчатого колеса.

2.5.2. Вычислить три частоты собственных поперечных колебаний из кубического уравнения

$$\begin{bmatrix} \delta_{22}m_2 - \frac{1}{f^2} & \delta_{23}m_3 & \delta_{25}m_5 \\ \delta_{32}m_2 & \delta_{33}m_3 - \frac{1}{f^2} & \delta_{35}m_5 \\ \delta_{52}m_2 & \delta_{53}m_3 & \delta_{55}m_5 - \frac{1}{f^2} \end{bmatrix} = 0.$$

В уравнении $\delta_{22}, \delta_{23}, \delta_{25}, \dots, \delta_{55}$ – перемещения сечений вала от единичных безразмерных сил. Эти перемещения вычислить, воспользовавшись имеющимися эпюрами изгибающих моментов для вспомогательных единичных состояний метода Мора.

2.5.3. Проверить возможность резонанса для всех трех собственных частот: $0,5 \leq \omega / f_j \leq 1,5$. При отсутствии опасности резонанса вычислить приближенное значение динамического коэффициента нарастания колебаний

$$k_d \approx \frac{1}{|1 - (\omega / f)^2|},$$

взяв в основу анализа одно из трех полученных значений частот собственных колебаний, ближайшее к частоте вращения вала. При наличии существенных перегрузок диаметр вала изменить.

Пример расчета

ЗАДАНИЕ НА ПРОЕКТИРОВАНИЕ

Распределительный вал с цилиндрическими зубчатыми передачами, кинематическая схема которого представлена на рисунке 3.1, выполнен из углеродистой стали с пределом прочности $\sigma_s = 640$ МПа и приводится во вращение зубчатым колесом 2. Все зубчатые колеса закреплены на валу неподвижно с помощью шпонок. Определить нормализованное значение диаметра вала, обеспечивающее прочность, жесткость, выносливость и виброустойчивость.

По условиям эксплуатации нормативный коэффициент запаса прочности по пределу текучести должен быть не меньше $[n_T] = 1,5$; максимально допустимое значение прогиба вала под шестерней не должно превышать $[\Delta] = 0,4$ мм; максимально допустимый угол поворота сечения вала в подшипнике $[\varphi] = 0,01$ радиана; нормативный коэффициент запаса выносливости $[n_r] = 1,4 - 2,5$. Коэффициент асимметрии цикла касательных напряжений с учетом режима эксплуатации $r_\tau = -0,4$; цикл нормальных напряжений – симметричный. Поверхность вала после шлифования.

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ:

$n = 1200$ об/мин – угловая скорость вала;

$N_3 = 48$ кВт – мощность, передаваемая шестерней 3;

$N_5 = 60$ кВт – мощность, передаваемая шестерней 5.

РАСЧЕТ ВАЛА РЕДУКТОРА

1. Расчетная схема вала

Если не учитывать потери мощности на трение, гистерезисный саморазогрев и другие потери, то мощность, которую необходимо передать на вал посредством зубчатой передачи 1-2, будет равна сумме заданных мощностей:

$$N_2 = N_3 + N_5;$$

$$N_2 = 48 + 60 = 108 \text{ кВт.}$$

Крутящие моменты в сечениях вала под шестернями:

$$M_{k1} = \frac{30N_i}{\pi n}; \quad M_{k2} = \frac{30 \cdot 108}{\pi 1200} = 0,859, \text{ кНм};$$
$$M_{k3} = \frac{30 \cdot 48}{\pi 1200} = 0,352, \text{ кНм}; \quad M_{k5} = \frac{30 \cdot 60}{\pi 1200} = 0,477, \text{ кНм}.$$

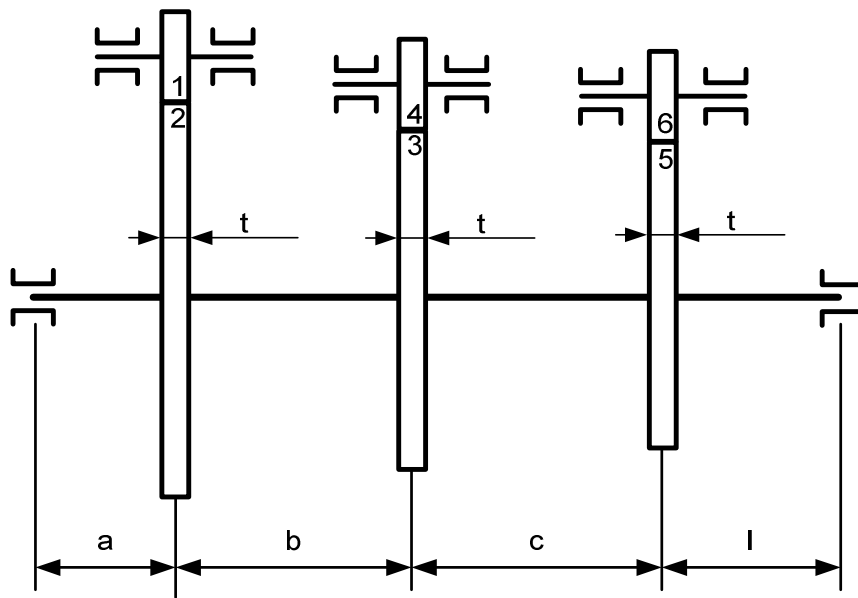


Рис.3.1. Кинематическая схема вала редуктора (развертка); $t=30\text{мм}$

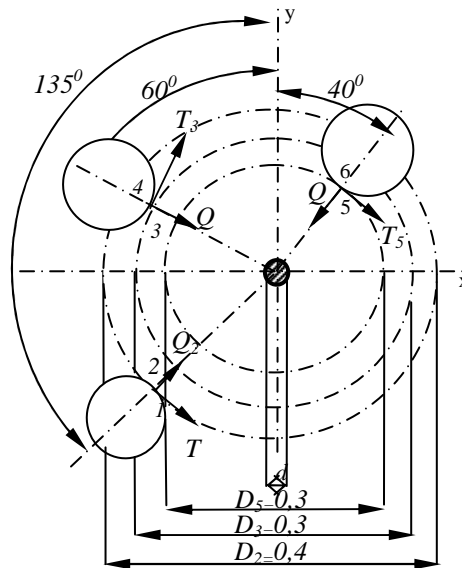


Рис. 3.2. Компоновка передач и усилий зацепления на валу (вид справа).

Соответствующие этим крутящим моментам тангенциальные составляющие усилий зацепления в прямозубых цилиндрических зубчатых передачах:

$$T_i = 2M_{ki} / D_i; \quad T_2 = 2 \cdot 0,859 / 0,4 = 4,30 \text{ кН};$$

$$T_3 = 2 \cdot 0,382 / 0,36 = 2,12 \text{ кН}; \quad T_5 = 2 \cdot 0,477 / 0,3 = 3,18 \text{ кН}.$$

Радиальные составляющие сил зацепления:

$$Q_i = T_i \cdot \tan 20^\circ; \quad Q_2 = 4,30 \cdot 0,364 = 1,57 \text{ кН};$$

$$Q_3 = 2,12 \cdot 0,364 = 0,772 \text{ кН}; \quad Q_5 = 3,18 \cdot 0,364 = 1,16 \text{ кН}.$$

Компоновка передач и усилий зацепления на валу для $\phi_1 = -135^\circ$; $\phi_4 = -60^\circ$ и $\phi_6 = 40^\circ$ показана на рис. 3.2. Вращение вала против часовой стрелки.

Приведем силы к центру вала и разложим их на составляющие по координатным осям и (рис. 3.3).

$$X_2 = T_2 \sin 45^\circ + Q_2 \sin 45^\circ; \quad X_2 = 4,30 \cdot 0,707 + 1,57 \cdot 0,707 = 4,15 \text{ кН}.$$

$$\begin{aligned}
 Y_2 &= -T_2 \cos 45^\circ + Q_2 \cos 45^\circ; & Y_2 &= -4,30 \cdot 0,707 + 1,57 \cdot 0,707 = -1,93 \text{ кН.} \\
 X_3 &= T_3 \sin 30^\circ + Q_3 \sin 60^\circ; & X_3 &= 2,12 \cdot 0,5 + 0,772 \cdot 0,866 = 1,73 \text{ кН.} \\
 Y_3 &= T_3 \cos 30^\circ - Q_3 \cos 60^\circ; & Y_3 &= 2,12 \cdot 0,866 - 0,772 \cdot 0,5 = 1,45 \text{ кН.} \\
 X_5 &= T_5 \sin 50^\circ - Q_5 \sin 40^\circ; & X_5 &= 3,18 \cdot 0,766 - 1,16 \cdot 0,643 = 1,69 \text{ кН.} \\
 Y_5 &= -T_5 \cos 50^\circ - Q_5 \cos 40^\circ; & Y_5 &= -3,18 \cdot 0,643 - 1,16 \cdot 0,766 = -2,93 \text{ кН.}
 \end{aligned}$$

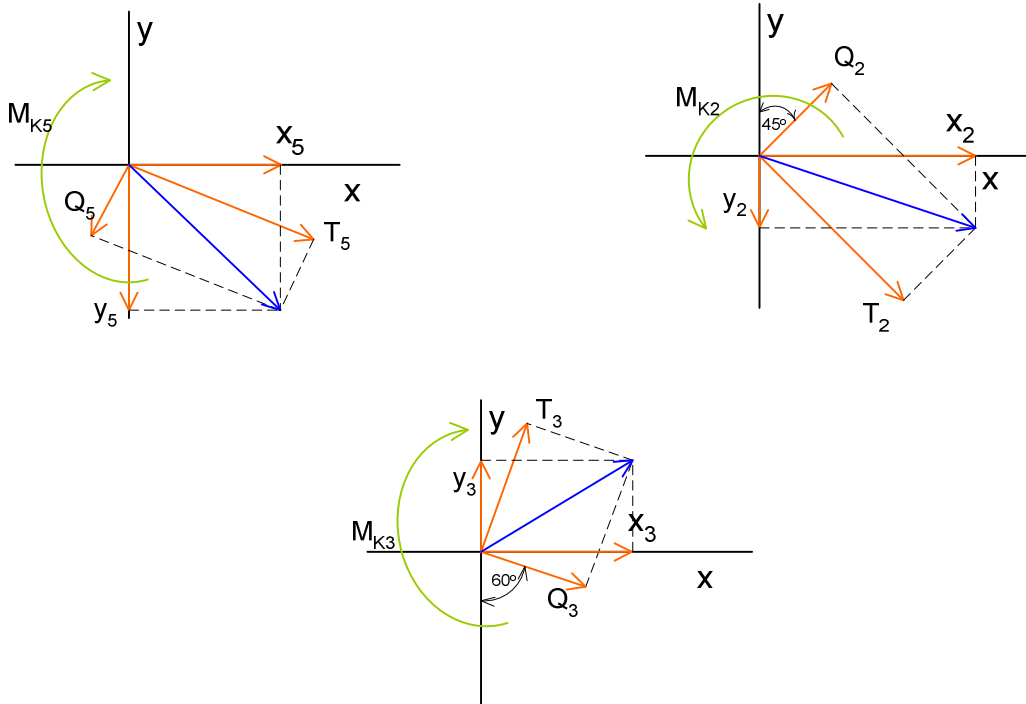


Рис. 3.3 Схемы разложения сил зацепления на составляющие по координатным осям.

Расчетная схема представляет собой балку, установленную на двух шарнирных опорах и нагруженную сосредоточенными скручивающими моментами и сосредоточенными поперечными силами в вертикальной и горизонтальной плоскости (рис.3.4).

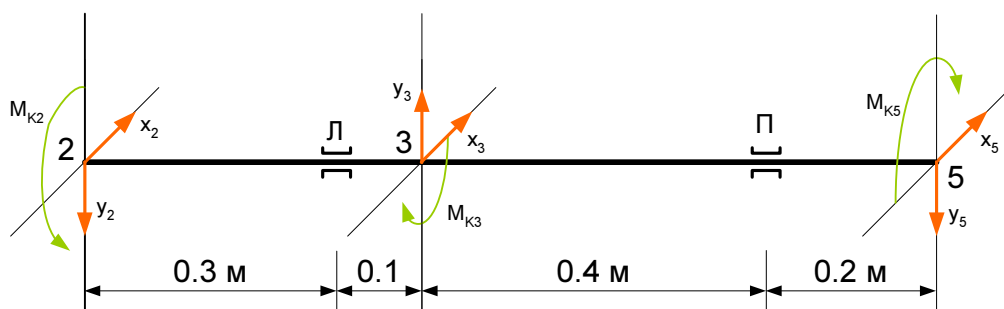


Рис. 3.4. Расчетная схема вала

3.2. Расчет на прочность.

Реакции опор найдем из условия статического равновесия, используя принцип независимости действия сил.

В вертикальной плоскости:

$$\sum M_A = 0;$$

$$1,93 \cdot 0,3 + 1,45 \cdot 0,1 + Y_{II} \cdot 0,5 - 2,93 \cdot 0,7 = 0.$$

Вертикальная реакция правой опоры $Y_{II} = 2,65$ кН.

$$\sum M_{II} = 0;$$

$$1,93 \cdot 0,8 - Y_A \cdot 0,5 - 1,45 \cdot 0,4 - 2,93 \cdot 0,2 = 0.$$

Вертикальная реакция левой опоры $Y_A = 0,76$ кН.

$$\text{Проверка: } \sum Y = 0;$$

$$-1,93 + 0,76 + 1,45 + 2,65 - 2,93 \equiv 0$$

В горизонтальной плоскости :

$$\sum M_A = 0;$$

$$4,15 \cdot 0,3 - 1,73 \cdot 0,1 + X_{II} \cdot 0,5 - 1,69 \cdot 0,7 = 0.$$

Горизонтальная реакция правой опоры $X_{II} = 0,22$ кН.

$$\sum M_{II} = 0;$$

$$4,15 \cdot 0,8 - X_A \cdot 0,5 + 1,73 \cdot 0,4 - 1,69 \cdot 0,2 = 0.$$

Горизонтальная реакция левой опоры $X_A = 7,35$ кН.

$$\text{Проверка: } \sum X = 0 ;$$

$$4,15 - 7,35 + 1,73 - 0,22 + 1,69 \equiv 0$$

Эпюры внутренних усилий построим, используя метод сечений. Поскольку все внешние нагрузки сосредоточенные, то графики внутренних усилий на всех участках будут прямыми линиями (рис. 3.б.)

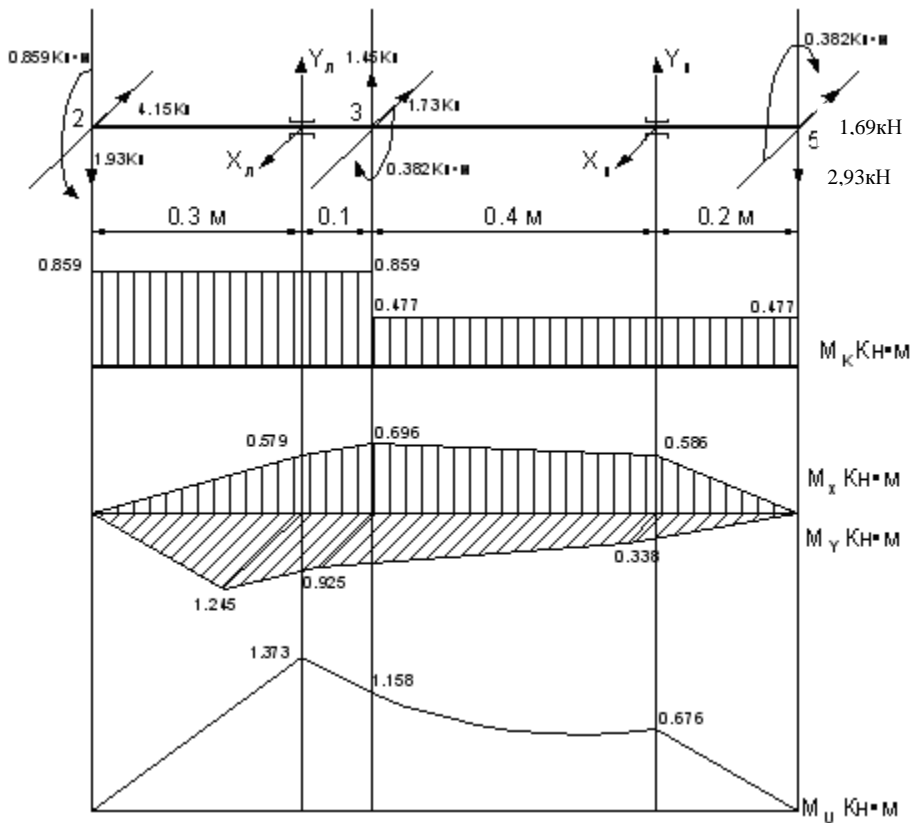


Рис. 3.5. Эшоры

Эшора крутящих моментов M_k :

на участке между сечениями 2-3

$$M_k = 0,859 \text{ кНм};$$

на участке между сечениями 3-5

$$M_k = 0,859 - 0,382; \quad M_k = 0,477 \text{ кНм.}$$

"Скачки" на графике M_k соответствуют внешним скручивающим моментам, приложенным в этих сечениях.

Эшоры изгибающих моментов построим, вычислив моменты в сечениях на границах участков и соединив полученные значения прямыми линиями. Тогда:

$$M_{x2} = 0 \text{ кНм};$$

$$M_{y2} = 0 \text{ кНм};$$

$$M_{x3} = -1,93 \cdot 0,3 = -0,579 \text{ кНм};$$

$$M_{y3} = 4,15 \cdot 0,3 = 1,245 \text{ кНм};$$

$$M_{x3} = -1,93 \cdot 0,4 - Y_n \cdot 0,1 = -0,696 \text{ кНм}; \quad M_{y3} = 4,15 \cdot 0,4 - X_n \cdot 0,1 = 0,925 \text{ кНм};$$

$$M_{x5} = 0 \text{ кНм};$$

$$M_{y5} = 0 \text{ кНм};$$

$$M_{x6} = -2,93 \cdot 0,2 = -0,586 \text{ кНм.}$$

$$M_{y6} = 1,69 \cdot 0,2 = 0,338 \text{ кНм.}$$

Эшоры суммарных изгибающих моментов построим, вычислив изгибающие моменты в сечениях на границах участков по формуле

$$M_u = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}.$$

$$M_{u2} = 0 \text{ кНм};$$

$$M_{u3} = \sqrt{0,579^2 + 1,245^2} = 1,373 \text{ кНм};$$

$$M_{u3} = \sqrt{0,696^2 + 0,925^2} = 1,158 \text{ кНм};$$

$$M_{u5} = 0 \text{ кНм};$$

$$M_{\text{III}} = \sqrt{0,586^2 + 0,338^2} = 0,676 \text{ кНм.}$$

Согласно ординатам эпюр опасное сечение находится на левой опоре. Вид сопротивления – изгиб с кручением. Условие прочности по третьей гипотезе имеет вид:

$$\frac{\sqrt{M_u^2 + M_k^2}}{0,1d^3} \leq \frac{0,7\sigma_s}{[n_T]}.$$

Для опасного сечения диаметр вала из условия прочности:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{\sqrt{M_u^2 + M_k^2}}{0,1 \cdot 0,7\sigma_s} [n_T]}.$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{\sqrt{1,373^2 + 0,859^2}}{0,1 \cdot 0,7 \cdot 640} [1,5]};$$

$$d \geq 37,9 \text{ мм.}$$

Принимаем ближайшее большее из нормального ряда чисел: $d = 40 \text{ мм.}$

3. Расчет на жесткость

Прогибы сечений вала под зубчатыми колесами и углы поворота на опорах определим методом Мора. Интегралы Мора вычислим численным методом, используя формулу Симпсона и прием Верещагина. Для этого покажем вспомогательные единичные состояния (соответствующие направлениям вычисляемых перемещений) и для этих схем построим эпюры изгибающих моментов. Эти эпюры для определения перемещения в любом радиальном направлении одинаковы. Для их построения вычислим реакции опор и ординаты изгибающих моментов в сечениях на границе участков.

Эпюры для вспомогательных единичных состояний метода Мора приведены на рис.3.6.

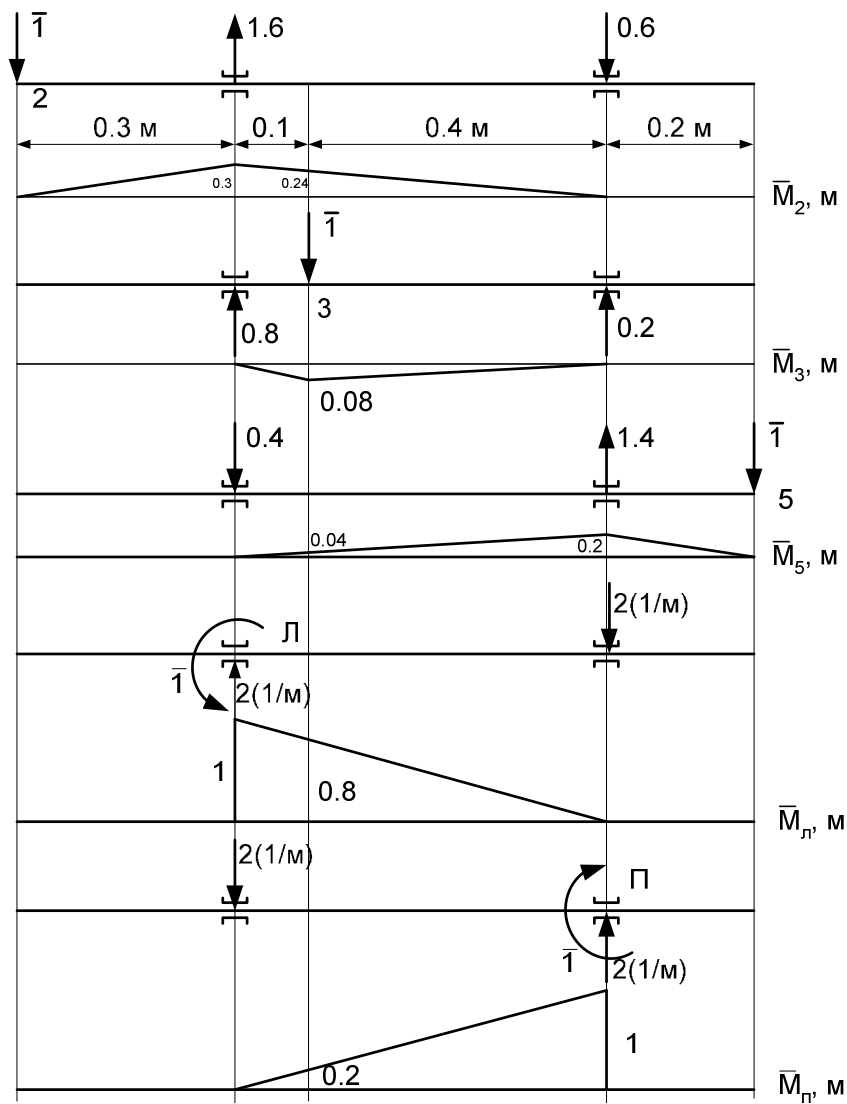


Рис.3.6. Эпюры вспомогательных состояний метода Мора

Вертикальная составляющая прогиба сечения вала под шестерней ($i = 2, 3, 5$):

$$\Delta_{ix} = \sum_k \int_{l_k} \frac{\bar{M}_i M_x}{EI_{oc}} dz,$$

где k - номер участка; l_k - длина участка вала; $E = 2 \cdot 10^5$ МПа – модуль упругости материала; $I_{oc} = \pi d^4 / 64$ - осевой момент инерции.

Составляющая прогиба сечения вала в горизонтальном поперечном направлении:

$$\Delta_{iy} = \sum_k \int_{l_k} \frac{\bar{M}_i M_y}{EI_{oc}} dz.$$

Суммарное перемещения сечения вала под шестерней будет равно векторной сумме этих прогибов:

$$\Delta_i = \sqrt{\Delta_{ix}^2 + \Delta_{iy}^2}.$$

Для сечения 2:

$$EI_{oc} \Delta_{2x} = \frac{1}{2} \cdot 0,579 \cdot 0,3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,3 + \frac{0,1}{6} \left[0,3 \cdot 0,579 + 4 \frac{0,3 + 0,24}{2} \cdot \frac{0,579 + 0,696}{2} + \right.$$

$$+ 0,24 \cdot 0,696] + \frac{0,4}{6} \left[0,24 \cdot 0,696 + 4 \frac{0,24}{2} \cdot \frac{0,698 + 0,586}{2} \right] = 0,06617 \text{ (кНм}^3\text{)};$$

$$EI_{oc} \Delta_{2y} = -\frac{1}{2} \cdot 1,245 \cdot 0,3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,3 + \frac{0,1}{6} \left[-0,3 \cdot 1,245 - 4 \frac{0,3 + 0,24}{2} \cdot \frac{1,245 + 0,925}{2} - \right. \\ \left. - 0,24 \cdot 0,925 \right] + \frac{0,4}{6} \left[-0,24 \cdot 0,925 - 4 \frac{0,24}{2} \cdot \frac{0,925 + 0,338}{2} \right] = -0,1018 \text{ (кНм}^3\text{)};$$

$$EI_{oc} \Delta_2 = \sqrt{0,06617^2 + 0,1018^2} = 0,1214 \text{ (кНм}^3\text{)}.$$

Для сечения 3:

$$EI_{oc} \Delta_{3x} = \frac{0,1}{6} \left[-4 \frac{0,08}{2} \cdot \frac{0,579 + 0,696}{2} - 0,08 \cdot 0,696 \right] + \\ - \frac{0,4}{6} \left[-0,08 \cdot 0,696 - 4 \frac{0,08}{2} \cdot \frac{0,698 + 0,586}{2} \right] = -0,01319 \text{ (кНм}^3\text{)};$$

$$EI_{oc} \Delta_{3y} = \frac{0,1}{6} \left[4 \frac{0,08}{2} \cdot \frac{1,245 + 0,925}{2} - 0,08 \cdot 0,925 \right] + \\ + \frac{0,4}{6} \left[0,08 \cdot 0,925 + 4 \frac{0,08}{2} \cdot \frac{0,925 + 0,338}{2} \right] = 0,01582 \text{ (кНм}^3\text{)};$$

$$EI_{oc} \Delta_3 = \sqrt{0,01319^2 + 0,01582^2} = 0,0206 \text{ (кНм}^3\text{)}.$$

Для сечения 5:

$$EI_{oc} \Delta_{5x} = \frac{0,1}{6} \left[4 \frac{0,04}{2} \cdot \frac{0,579 + 0,696}{2} + 0,04 \cdot 0,696 \right] + \frac{0,4}{6} \left[0,04 \cdot 0,696 + \right. \\ \left. + 4 \frac{0,04 + 0,2}{2} \cdot \frac{0,696 + 0,586}{2} + 0,2 \cdot 0,586 \right] + \frac{1}{2} \cdot 0,586 \cdot 0,2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,2 = 0,03931 \text{ (кНм}^3\text{)};$$

$$EI_{oc} \Delta_{5y} = \frac{0,1}{6} \left[-4 \frac{0,04}{2} \cdot \frac{1,245 + 0,925}{2} - 0,04 \cdot 0,925 \right] + \frac{0,4}{6} \left[-0,04 \cdot 0,925 - \right. \\ \left. - 4 \frac{0,04 + 0,2}{2} \cdot \frac{0,925 + 0,338}{2} - 0,2 \cdot 0,338 \right] - \frac{1}{2} \cdot 0,338 \cdot 0,2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,2 = -0,003375 \text{ (кНм}^3\text{)};$$

$$EI_{oc} \Delta_5 = \sqrt{0,03931^2 + 0,003375^2} = 0,0518 \text{ (кНм}^3\text{)}.$$

Наибольшее значение прогиба будет в сечении 2. Из условия жесткости вычислим значение диаметра вала:

$$\frac{0,1214 \cdot 10^{12} \cdot 64}{2 \cdot 10^5 \cdot \pi \cdot d^4} \leq 0,4;$$

$$d \geq 74,6 \text{ мм.}$$

Принимаем ближайшее большее значение из нормального ряда чисел:
 $d = 80 \text{ мм.}$

Вычислим углы поворота на левой φ_L и на правой опоре φ_{II} . Задача решается геометрически. Угол между осью x и осью, относительно которой будет суммарный поворот сечения:

$$\alpha_j = \arctg(\varphi_{jy} / \varphi_{jx}),$$

$$\text{где } \varphi_{jy} = \sum_k \int_{l_k} \frac{\vec{M}_j M_y}{EI_{oc}} dz; \quad \varphi_{jx} = \sum_k \int_{l_k} \frac{\vec{M}_j M_x}{EI_{oc}} dz.$$

Величина суммарного угла поворота на опоре ($j = L, II$):

$$\varphi_j = \varphi_{jx} \cos \alpha_j + \varphi_{jy} \sin \alpha_j.$$

Для левой опоры:

$$EI_{oc} \varphi_{Lx} = \frac{0,1}{6} \left[1 \cdot 0,579 + 4 \frac{1+0,8}{2} \cdot \frac{0,579+0,696}{2} + 0,8 \cdot 0,696 \right] + \frac{0,4}{6} \left[0,8 \cdot 0,696 + 4 \frac{0,8}{2} \cdot \frac{0,696+0,586}{2} \right] = 0,1627 \text{ (кНм}^2\text{)};$$

$$EI_{oc} \varphi_{Ly} = \frac{0,1}{6} \left[-1 \cdot 1,245 - 4 \frac{1+0,8}{2} \cdot \frac{1,245+0,925}{2} - 0,8 \cdot 0,925 \right] - \frac{0,4}{6} \left[-0,8 \cdot 0,925 - 4 \frac{0,8}{2} \cdot \frac{0,925+0,338}{2} \right] = -0,2149 \text{ (кНм}^2\text{)}.$$

$$\alpha_L = \arctg\left(\frac{-0,2149}{0,1627}\right) = -52,9^\circ. \text{ Знак "минус" означает, что суммарный угол}$$

поворота во 2 - 4 четверти.

$$EI_{oc} \varphi_L = 0,1627 \cdot \cos(-52,9^\circ) - 0,2149 \cdot \sin(-52,9^\circ) = 0,2695 \text{ (кНм}^2\text{)}.$$

Для правой опоры:

$$EI \varphi_{IIx} = \frac{0,1}{6} \left[4 \frac{0,2}{2} \cdot \frac{0,579+0,696}{2} + 0,2 \cdot 0,696 \right] + \frac{0,4}{6} \left[0,2 \cdot 0,696 + 4 \frac{0,2+1}{2} \cdot \frac{0,696+0,586}{2} + 1 \cdot 0,586 \right] = 0,1575 \text{ (кНм}^2\text{)};$$

$$EI \varphi_{IIy} = \frac{0,4}{6} \left[-4 \frac{0,2}{2} \cdot \frac{1,245+0,925}{2} - 0,2 \cdot 0,925 \right] + \frac{0,4}{6} \left[-0,2 \cdot 0,925 - 4 \frac{0,2+1}{2} \cdot \frac{0,925+0,338}{2} - 1 \cdot 0,338 \right] = -0,1462 \text{ (кНм}^2\text{)};$$

$$\alpha_{II} = \arctg\left(\frac{-0,1462}{0,1575}\right) = -42,9^\circ;$$

$$EI \varphi_{II} = 0,1575 \cdot \cos(-42,9^\circ) - 0,1462 \cdot \sin(-42,9^\circ) = 0,2149 \text{ (кНм}^2\text{)}.$$

Наибольшее значение имеет угол поворота на левой опоре.

Проверка жесткости:

$$\frac{0,2695 \cdot 10^9 \cdot 64}{2 \cdot 10^5 \cdot \pi \cdot 80^4} \leq 0,01;$$

$$0,000671 < 0,01.$$

Условие жесткости выполняется. Таким образом, диаметр вала, отвечающий условию прочности и жесткости: $d = 80$ мм.

4. Расчет на выносливость

Проверим запас выносливости вала в опасном сечении. Сечение находится под левым подшипником, сплошное круглое, качество поверхности – после чистового точения.

3.4.1. Цикл нормальных напряжений (рис.3.7).

Максимальное напряжение цикла:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_u}{0,1d^3} ; \quad \sigma_{\max} = \frac{1,373 \cdot 10^6}{0,1 \cdot 80^3} = 26,8 \text{ Н/мм}^2.$$

Минимальное напряжение цикла

$$\sigma_{\min} = -1 \cdot 26,8 \text{ Н/мм}^2.$$

Амплитудное напряжение:

$$\sigma_a = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) / 2 ; \quad \sigma_a = (26,8 - (-26,8)) / 2 = 26,8 \text{ Н/мм}^2.$$

Среднее напряжение:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} ; \quad \sigma_m = \frac{26,8 + (-26,8)}{2} = 0.$$

σ , Н/мм²

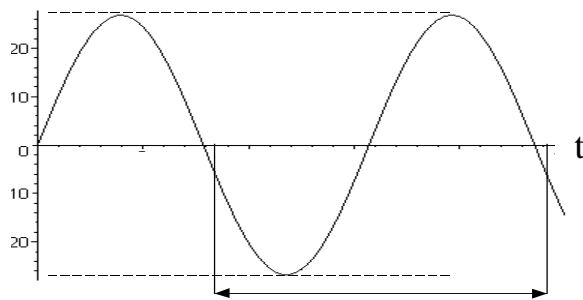


Рис. 3.7. Цикл нормальных напряжений

3.4.2. Цикл касательных напряжений (рис. 3.8)

Максимальное напряжение цикла:

$$\tau_{\max} = \frac{M_k}{0,2d^3} ; \quad \tau_{\max} = \frac{0,859 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 80^3} = 8,39 \text{ Н/мм}^2.$$

Остальные параметры цикла вычисляем по аналогичным формулам для $r = -0,4$:

$$\tau_{\min} = -0,4 \cdot 8,39 = -3,36 \text{ Н/мм}^2 ;$$

$$\tau_a = [8,39 - (-3,36)] / 2 = 5,87 \text{ Н/мм}^2 ;$$

$$\tau_m = [8,39 + (-3,36)] / 2 = 2,52 \text{ Н/мм}^2 .$$

τ , Н/мм²

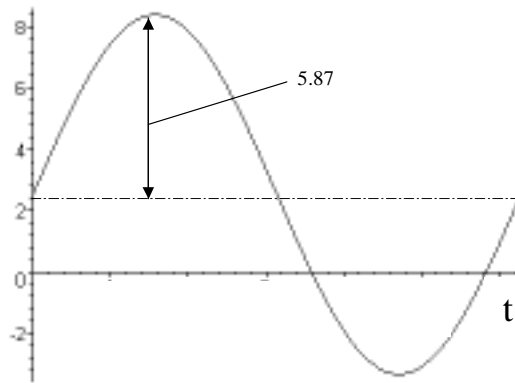


Рис. 3.8. Цикл касательных напряжений

3.4.3 Факторы, влияющие на сопротивление усталости деталей

Коэффициенты, учитывающие влияние различных конструктивных и технологических факторов, примем по справочным данным.

Коэффициент концентрации напряжений для гладкого цилиндрического вала из углеродистой стали в местах соединения с натягом:

$$\alpha_{\sigma} = \alpha_{\tau} = 1,2 + 0,2 \frac{\sigma_s - 400}{1100} ; \quad \alpha_{\sigma} = \alpha_{\tau} = 1,2 + 0,2 \frac{640 - 400}{1100} = 1,24 .$$

Масштабный коэффициент ε вычислим по данным таблицы 2.4, используя метод линейной интерполяции:

$$\varepsilon_{d=80} = \varepsilon_{d=70} + \frac{\varepsilon_{d=100} - \varepsilon_{d=70}}{100 - 70} 10 ; \quad \varepsilon_{d=80} = 0,73 + \frac{0,68 - 0,73}{100 - 70} 10 = 0,713 .$$

Коэффициент качества поверхности β для вала после тонкого точения по данным таблицы 5 методических указаний:

$$\beta_{\sigma=640} = \beta_{\sigma=600} + \frac{\beta_{\sigma=700} - \beta_{\sigma=600}}{700 - 600} 40 ; \quad \beta_{\sigma=640} = 0,86 + \frac{0,85 - 0,86}{700 - 600} 40 = 0,856 .$$

3.4.4. Запас выносливости по нормальным напряжениям:

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{\alpha_{\sigma}}{\varepsilon \beta} \sigma_a + \psi_{\sigma} \sigma_m} ,$$

где $\sigma_{-1} \approx 0,4\sigma_s$ - предел выносливости при симметричном цикле для углеродистых сталей; $\psi_{\sigma} \approx 0,1$ - коэффициент влияния среднего напряжения для углеродистых сталей.

$$n_{\sigma} = \frac{0,4 \cdot 640}{\frac{1,24}{0,713 \cdot 0,856} 26,8 + 0,1 \cdot 0} = 4,70 .$$

3.4.5. Запас выносливости по касательным напряжениям:

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{\alpha_{\tau}}{\varepsilon \beta} \tau_a + \psi_{\tau} \tau_m} ,$$

где $\tau_{-1} \approx 0,22\sigma_s$ - предел выносливости по касательным напряжениям; $\psi_{\tau} \approx 0,05$ - коэффициент влияния среднего касательного напряжения.

$$n_{\tau} = \frac{0,22 \cdot 640}{\frac{1,24}{0,713 \cdot 0,856} 5,87 + 0,05 \cdot 2,52} = 11,7 .$$

3.4.6. Коэффициент запаса выносливости при изгибе с кручением по третьей гипотезе прочности:

$$n_r = \frac{n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}} ;$$

$$n_r = \frac{4,70 \cdot 11,7}{\sqrt{4,70^2 + 11,7^2}} = 4,36 .$$

Коэффициент запаса больше нормативного $|n_r| = 1,4 - 2,5$; условие выносливости выполняется. Принимаем $d = 80$ мм.

5. Расчет на виброустойчивость.

3.5.1. Расчетная схема.

Для определения частот собственных колебаний примем расчетную схему в виде упругой системы с тремя степенями свободы – тремя сосредоточенными массами (собственной массой вала пренебрежем). Массы зубчатых колес вычислим как массы сплошных ровных дисков:

$$m_i = \rho \frac{\pi D_i^2}{4} t ,$$

где $\rho = 7,8 \cdot 10^{-6}$ кг/мм² - плотность стали; $t = 30$ мм - толщина зубчатых колес.

$$m_2 = 7,8 \cdot 10^{-6} \frac{\pi 400^2}{4} 30 = 29,4 \text{ кг} ;$$

$$m_3 = 7,8 \cdot 10^{-6} \frac{\pi 360^2}{4} 30 = 23,8 \text{ кг} ;$$

$$m_5 = 7,8 \cdot 10^{-6} \frac{\pi 300^2}{4} 30 = 16,5 \text{ кг} .$$

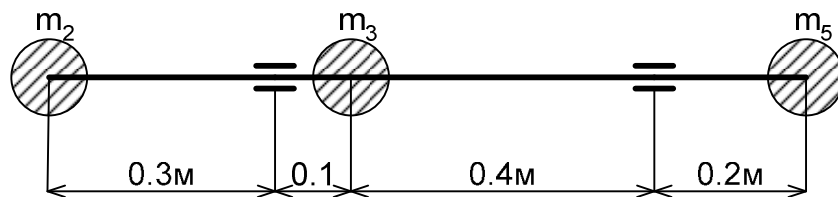


Рис. 3.9. Расчетная схема

3.5.2. Вычисление частот собственных колебаний

Для вычисления частот собственных колебаний составим уравнение, известное из курса "Сопротивление материалов":

$$\begin{vmatrix} \epsilon_{22} m_2 - 1/f^2 & \delta_{23} m_3 & \delta_{25} m_5 \\ \delta_{32} m_2 & \delta_{33} m_3 - 1/f^2 & \delta_{35} m_5 \\ \delta_{52} m_2 & \delta_{53} m_3 & \delta_{55} m_5 - 1/f^2 \end{vmatrix} = 0 ,$$

где $\delta_{ij} = \sum_k \int_{l_k} \frac{\overline{M}_i \overline{M}_j}{EI_{oc}} dz$ - перемещение сечения вала под шестернями от единичных безразмерных сил, вычисляемые методом Мора; f - частота собственных поперечных колебаний вала. Для вычисления коэффициентов воспользуемся уже построенными ранее эпюрами \overline{M}_2 , \overline{M}_3 и \overline{M}_5 . Тогда, вычисляя коэффициенты Мора численно, используя правило Верещагина и формулу Симпсона, получим:

$$EI_{oc} \delta_{22} = \frac{1}{2} \cdot 0,3 \cdot 0,3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,3 + \frac{1}{2} \cdot 0,3 \cdot 0,5 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,3 = 0,024 \text{ м}^3;$$

$$EI_{oc} \delta_{33} = \frac{1}{2} \cdot 0,08 \cdot 0,1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,08 + \frac{1}{2} \cdot 0,08 \cdot 0,4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,08 = 0,001067 \text{ м}^3;$$

$$EI_{oc} \delta_{55} = \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot 0,2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,2 + \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 0,2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,2 = 0,009333 \text{ м}^3;$$

$$EI_{oc} \delta_{23} = - \left[\frac{1}{2} \cdot 0,4 \cdot 0,24 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,08 + \frac{0,1}{6} \left[4 \cdot \frac{0,08}{2} \cdot \frac{0,3+0,24}{2} + 0,24 \cdot 0,08 \right] \right] = -0,00360 \text{ м}^3;$$

$$EI_{oc} \delta_{25} = \frac{1}{2} \cdot 0,3 \cdot 0,5 \cdot \frac{1}{3} \cdot 0,2 = 0,005 \text{ м}^3;$$

$$EI_{oc} \delta_{35} = - \left[\frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot 0,08 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,04 + \frac{0,4}{6} \left[0,08 \cdot 0,04 + 4 \cdot \frac{0,08}{2} \cdot \frac{0,2+0,04}{2} \right] \right] = -0,0016 \text{ м}^3.$$

Приведем уравнение к более простому виду, помножив левую и правую часть на EI_{oc} и обозначив $EI_{oc} / f^2 = \lambda$:

$$\begin{vmatrix} EI_{oc} \delta_{22} m_2 - \lambda & EI_{oc} \delta_{23} m_3 & EI_{oc} \delta_{25} m_5 \\ EI_{oc} \delta_{32} m_2 & EI_{oc} \delta_{33} m_3 - \lambda & EI_{oc} \delta_{35} m_5 \\ EI_{oc} \delta_{52} m_2 & EI_{oc} \delta_{53} m_3 & EI_{oc} \delta_{55} m_5 - \lambda \end{vmatrix} = 0 ;$$

$$\begin{vmatrix} 0,024 \cdot 29,4 - \lambda & -0,0036 \cdot 23,8 & 0,005 \cdot 16,5 \\ -0,0036 \cdot 29,4 & 0,001067 \cdot 23,8 - \lambda & -0,0016 \cdot 16,5 \\ 0,005 \cdot 29,4 & -0,0016 \cdot 23,8 & 0,009333 \cdot 16,5 - \lambda \end{vmatrix} = 0 ;$$

$$\begin{vmatrix} 0,7056 - \lambda & -0,08568 & 0,0825 \\ -0,10584 & 0,025395 - \lambda & -0,0264 \\ 0,147 & -0,03808 & 0,15399 - \lambda \end{vmatrix} = 0.$$

Раскрыв определитель, получим уравнение третьей степени:

$$\lambda^3 - 0,88499\lambda^2 + 0,10828\lambda - 0,0010106 = 0$$

Этому уравнению соответствует каноническая форма

$$a\lambda^3 + b\lambda^2 + c\lambda + d = 0.$$

Три смены знака в последовательности констант канонической формы уравнения согласно правилу Декарта означает, что это уравнение может иметь три положительных корня. Если преобразовать уравнение, введя новую переменную

$$y = \lambda + \frac{b}{3a}, \quad \text{или} \quad y = \lambda - \frac{0,8849}{3},$$

то получим

$$y^3 + 3py + 2q = 0, \quad \text{или} \quad y^3 - 1,5279 \cdot 10^{-1} y - 2,0411 \cdot 10^{-2} = 0.$$

Дискриминант уравнения $D = q^2 + p^3$;

$$D = \frac{1}{27}(-1,5279 \cdot 10^{-1})^3 + \frac{1}{4}(-2,0411 \cdot 10^{-2})^2 = -1,3211 \cdot 10^{-4} + 1,041522 \cdot 10^{-4} < 0$$

Следовательно, уравнение имеет три действительных различных корня. Корни найдем через вспомогательные величины, воспользовавшись таблицами справочника (И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев, с. 139).

Обозначим $r = \pm\sqrt{|p|}$; знак должен совпадать со знаком q .

$$r = -\sqrt{5,093 \cdot 10^{-2}} = -2,2568 \cdot 10^{-1}.$$

$$\cos \varphi = \frac{q}{r^3}; \quad \cos \varphi = \frac{-1,02055 \cdot 10^{-2}}{(-2,2568 \cdot 10^{-1})^3} = 0,88792;$$

$$\varphi = 27,39^\circ; \quad \varphi/3 = 9,13^\circ.$$

Корни кубического уравнения:

$$y_1 = -2r \cos(\varphi/3); \quad y_1 = -2(-2,2568 \cdot 10^{-1}) \cdot 0,9873 = 0,4456;$$

$$y_2 = 2r \cos(60^\circ + \varphi/3); \quad y_2 = 2(-2,2568 \cdot 10^{-1}) \cdot \cos 69,13^\circ = -0,16080;$$

$$y_3 = 2r \cos(60^\circ - \varphi/3); \quad y_3 = 2(-2,2568 \cdot 10^{-1}) \cdot 0,63108 = -0,284845.$$

Этим корням преобразованного уравнения соответствуют корни исходного канонического уравнения:

$$\lambda_1 = 0,4456 - \frac{(-0,88499)}{3} = 0,7406 \text{ кЗм}^3;$$

$$\lambda_2 = -0,16080 - \frac{(-0,88499)}{3} = 0,1342 \text{ кЗм}^3;$$

$$\lambda_3 = -0,28485 - \frac{(-0,88499)}{3} = 0,01015 \text{ кЗм}^3.$$

Тогда частоты собственных колебаний $f_i = \sqrt{EI_{oc}/\lambda_i}$:

$$f_1 = \sqrt{2 \cdot 10^{11} \cdot \pi(0,08)^4 / (64 \cdot 0,7406)} = 737 \text{ , с}^{-1};$$

$$f_2 = \sqrt{2 \cdot 10^{11} \cdot \pi(0,08)^4 / (64 \cdot 0,1342)} = 1731 \text{ , с}^{-1};$$

$$f_3 = \sqrt{2 \cdot 10^{11} \cdot \pi(0,08)^4 / (64 \cdot 0,01015)} = 6288 \text{ , с}^{-1}.$$

3.5.3. Проверка возможности резонанса

Частота вращения вала: $\omega = \pi \cdot n/30$.

$$\omega = \pi \cdot \frac{1200}{30} = 126 \text{ , с}^{-1}.$$

С этой частотой будут изменяться во времени нормальные напряжения.

Условие возможности резонансных явлений имеет вид: $0,7 \leq \omega/f \leq 1,3$. Для ближайшего значения собственной частоты f к частоте изменения напряжения изгиба $\omega/f = 126/737 = 0,171$. Следовательно, опасности неограниченного возрастания амплитуды поперечных колебаний нет. Однако вторая и третья собственные частоты могут оказаться соизмеримы с частотой возникновения контакта в зубчатых передачах. Из-за отсутствия данных о количестве зубьев зубчатых колес устойчивость от колебаний этого рода оценить не возможно.

3.5.4. Оценка приближенного значения динамического коэффициента.

Для наиболее близкого значения собственной частоты f к частоте вращения вала ω коэффициент динамической перегрузки вычислим по приближенной формуле:

$$k_D \approx \frac{1}{\left|1 - \frac{\omega^2}{f^2}\right|} ;$$

$$k_D \approx \frac{1}{\left|1 - \frac{126^2}{737^2}\right|} = 1,03 .$$

Диаметр вала $d = 80$ мм был установлен расчетом на жесткость, поэтому вычислим перемещение под шестерней 2 (рис. 2.1-2.4) с учетом возможной динамической перегрузки.

$$\Delta_{2D} = 1,03 \frac{0,1214 \cdot 10^{12} \cdot 64}{2 \cdot 10^5 \cdot \pi \cdot 80^4} = 0,311 \text{ мм.}$$

Поскольку максимальное перемещение в пределах допуска $[\Delta] = 0,4$ мм, то окончательно: диаметр вала, удовлетворяющий условию прочности, жесткости, выносливости и устойчивости от вибраций - $d = 80$ мм.

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ

1. Пояснительная записка должна включать: титульный лист; задание на проектировочный расчет (текст, кинематическую схему, исходные данные); решение задачи с пояснениями; список использованной литературы.
2. Пояснительную записку выполнять на одной стороне листа бумаги формата А4 по ГОСТ 2.301-68 размером 210x297.
3. Нумерация листов пояснительной записки – сквозная. Первой страницей является титульный лист. Номера на первом и втором листах не проставлять.
4. Текст пояснительной записки выполнять рукописным или машинописным способом. Расстояние между основаниями строк в тексте - не менее двойной высоты букв. Поля : слева – 30 мм; сверху – 20 мм; справа – 10 мм; снизу – 20 мм.
5. Решение задач следует сопровождать краткими пояснениями. В случае необходимости пояснение иллюстрировать схемой или чертежом.
6. Чертежи и схемы допускается вычерчивать в любом масштабе, обеспечивающем четкое представление о рассматриваемом объекте, аккуратно, с указанием всех размеров и величин, использованных в расчете.
7. Формулу следует сначала записать в общем виде. Затем после подстановки цифровых значений в том же порядке, в каком в исходной формуле находятся буквенные обозначения, не приводя никаких численных преобразований, записать результат и указать размерность полученной величины.
8. Значения физических величин должны быть выражены в единицах СИ, в десятичных кратных от них и в единицах, допускаемых к применению в соответствии с ГОСТ 8.417-81 для русского варианта обозначений. В пределах всей расчетной работы сохранять принятую размерность физических параметров.
9. Результаты промежуточных вычислений должны соответствовать необходимой точности, но, как правило, содержать не менее трех значащих цифр. В конце проектировочного расчета окончательный результат следует выписать отдельно.
10. Работы, выполненные без соблюдения указанных выше требований или не соответствующие заданному варианту исходных данных, к зачету не принимаются.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Назовите причины возникновения переменных во времени напряжений в точках поперечного сечения детали.
2. Что называют циклом напряжений?
3. Расскажите о характеристиках цикла.
4. Что называют усталостью? Описать характер усталостного разрушения.
5. Чем вызваны две характерные зоны на поверхности усталостного излома?
6. Как строят диаграмму Веллера; для чего она используется?
7. Что называют пределом выносливости?
8. Что понимают под базовым числом циклов?
9. Как строят диаграмму предельных амплитуд; для чего она применяется? Изложите основные способы схематизации диаграмм предельных амплитуд.
10. Как по диаграмме предельных амплитуд вычислить коэффициент запаса выносливости?
11. Как влияют размеры детали на величину предела выносливости и как они учитываются в расчёте на выносливость?
12. Что понимают под местными напряжениями и где они возникают?
13. Как учитывают в расчётах на выносливость концентрацию напряжений?
14. Как на долговечность влияет качество обработки поверхности детали; как его учитывают в расчётах на выносливость?
15. Какие практические меры применяют для повышения долговечности детали?
16. Как вычисляют коэффициент запаса выносливости при симметричном цикле?
17. Как вычисляют коэффициент запаса выносливости при асимметричном цикле?
18. Как выполняют оценку выносливости детали в условиях изгиба с кручением?
19. Какое внешнее воздействие относят к динамическому?
20. Каковы причины колебаний деформируемых систем?
21. Что называют числом степеней свободы деформируемой системы?
22. Как составляют схему для расчёта колебаний упругой деформируемой системы?
22. Какие колебания называют собственными; как определяют их частоты?
23. Какие колебания называют вынужденными?
24. Какое явление в теории колебаний деформируемых систем называют резонансом?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Сопротивление материалов /Под ред. акад. Писаренко Г.С. – Киев: Вища шк., 1986.-775 с.
2. Александров А.В., Потапов В.Д., Державин Г.П. Сопротивление материалов: Учеб. для вузов. – М.:Высш.шк., 1995. – 560 с.
3. Биргер И.А., Мавлютов Р.Р. Сопротивление материалов: Учебное пособие. – М.: Наука, 1986. –560 с.
4. Справочник по сопротивлению материалов / Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. – Киев: Наук. Думка, 1988. – 736с.
5. Ицкович Г.М., Минин Л.С., Винокуров А.И. Руководство к решению задач по сопротивлению материалов: Учеб. пособие для вузов / Под ред. Минина Л.С.- М.: Высшая школа, 2001.- 592 с.
6. Решетов Д.Н. Детали машин: Учеб. для вузов. – М.: Машиностроение, 1975. – 655 с.
7. Справочник по сопротивлению материалов /Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. – Киев: Наука. думка, 1988. –736 с.
8. Валы и оси /Сересен С.В., Громан М.М., Когаев В.П., Шнейдерович Р.М. – М.: Машиностроение, 1970. –319 с.
9. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике.- М.: Изд-во физико-математической литературы, 1962.- 460 с.
10. Демидович Б.Б., Марон И.А. Основы вычислительной математики.- М.: ФИЗМАТГИЗ, 1963.- 659 с.

СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ .
Статический и динамический расчет вала

Методические указания к выполнению расчетно-графической работы
по курсу "Сопротивление материалов"
для студентов механических специальностей

Лидия Борисовна Потапова

Главный редактор Л. А. Суевалова
Редактор

Компьютерная верстка

Лицензия на издательскую деятельность

ЛР № 020526 от 23.04.97

Подписано в печать . Формат :60x84 1/16.
Бумага писчая. Офсетная печать. Усл. печ. л. .
Уч.-изд. л. . Тираж 400 экз. Заказ .

Издательство Хабаровского государственного технического
университета. 680035, Хабаровск, ул. Тихоокеанская, 136.

Отдел оперативной полиграфии издательства

Хабаровского государственного технического университета.
680035, Хабаровск, ул. Тихоокеанская, 136.

О г л а в л е н и е

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ.....	3
1. ЗАДАНИЕ НА ПРОЕКТИРОВАНИЕ.....	4
2. ПОРЯДОК РАСЧЕТА ВАЛА.....	4
2.1. Расчетная схема.....	4
2.2. Расчет на прочность.....	8
2.3. Расчет на жесткость.....	8
2.4. Расчет на выносливость.....	9
2.5. Расчет на виброустойчивость.....	11
3. ПРИМЕР РАСЧЕТА.....	12
3.1. Расчетная схема вала.....	13
3.2. Расчет на прочность.....	15
3.3. Расчет на жесткость.....	18
3.4. Расчет на выносливость.....	21
3.5. Расчет на виброустойчивость.....	24
4. ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ.....	28
5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.....	28
6. БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	29