

Министерство образования Российской Федерации  
Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Хабаровский государственный технический университет»

# **СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ**

## **Часть II**

### **Внецентренное сжатие. Изгиб с кручением. Устойчивость сжатого стержня**

Методические указания к выполнению контрольных работ  
для студентов заочной формы обучения

Хабаровск

Издательство ХГТУ  
2002

## 1. Внецентренное растяжение или сжатие

Внецентренное растяжение или сжатие - это такой случай нагружения, когда линия действия силы  $P$  не совпадает с осью стержня, а имеет эксцентриситеты  $x_p, y_p$  (рис 1.1).

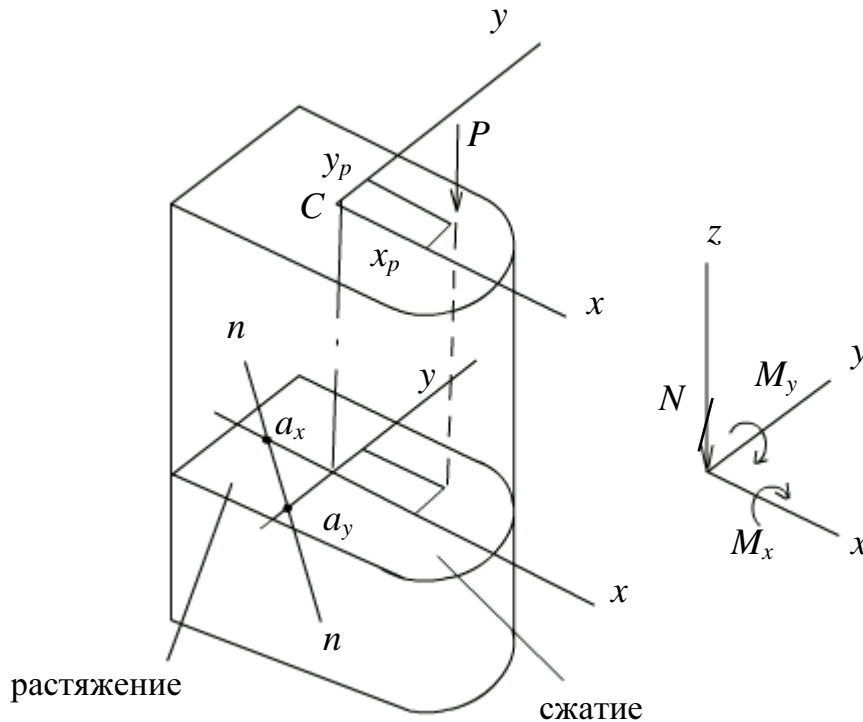


Рис.1.1. Внецентренное сжатие. Внутренние усилия в поперечном сечении

Используя метод сечений, определим внутренние усилия. Получим

$$N = \pm P; \quad M_x = \pm P \cdot y_p; \quad M_y = \pm P \cdot x_p. \quad (1.1)$$

При внецентренном растяжении - знак "+", при сжатии - знак "-". Таким образом, внецентренное растяжение или сжатие есть частный случай совместного действия изгиба с растяжением или сжатием, причем усилия во всех поперечных сечениях будут одинаковы и все сечения - равноопасные.

Нормальные напряжения в точке с координатами  $x, y$  получим, используя принцип независимости действия сил:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x, \quad (1.2)$$

где  $A$  - площадь поперечного сечения;  $I_x, I_y$  - главные центральные моменты инерции.

Формулу для напряжений можно записать иначе, если учесть (1.1). Тогда после упрощений получим

$$\sigma = \pm \frac{P}{A} \left( 1 + \frac{y_p}{i_x^2} y + \frac{x_p}{i_y^2} x \right), \quad (1.3)$$

где  $i_x^2 = \frac{I_x}{A}$ ;  $i_y^2 = \frac{I_y}{A}$  ( $i_x, i_y$  - радиусы инерции сечения).

Для определения опасных точек нужно знать положение нулевой линии ( $n-n$ ). В точках, наиболее удаленных от нулевой линии, возникают максимальные напряжения. В уравнение (1.3) подставим координаты точек нулевой линии  $x_0, y_0$  и приравняем его к нулю:

$$1 + \frac{y_p}{i_x^2} y_0 + \frac{x_p}{i_y^2} x_0 = 0 \quad (1.4)$$

Как видно из (1.4), нулевая линия не проходит через центр тяжести сечения, поэтому можно пользоваться уравнением нулевой линии в отрезках

$$a_x = -\frac{i_y^2}{x_p}; \quad a_y = -\frac{i_x^2}{y_p}. \quad (1.5)$$

Имея нулевую линию, строим эпюру нормальных напряжений (рис.1.2).

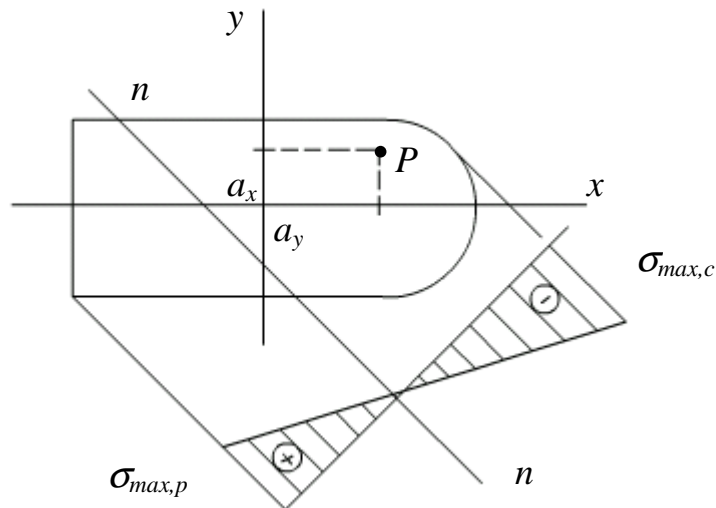


Рис.1.2. Эпюра нормальных напряжений

Расчет внецентренно сжатого стержня покажем на примере.

### Задача 1.1

Чугунный короткий стержень, поперечное сечение которого показано на рис. 1.3, сжимается силой  $P$ , приложенной в точке  $A$ .

Требуется следующее.

1. Вычислить наибольшее растягивающее и наибольшее сжимающее напряжения в поперечном сечении, выразив их через силу  $P$  и размеры сечения.

2. Найти допускаемую нагрузку, если допускаемое напряжение на сжатие  $[\sigma_c] = 120$  МПа, на растяжение  $[\sigma_p] = 22$  МПа.

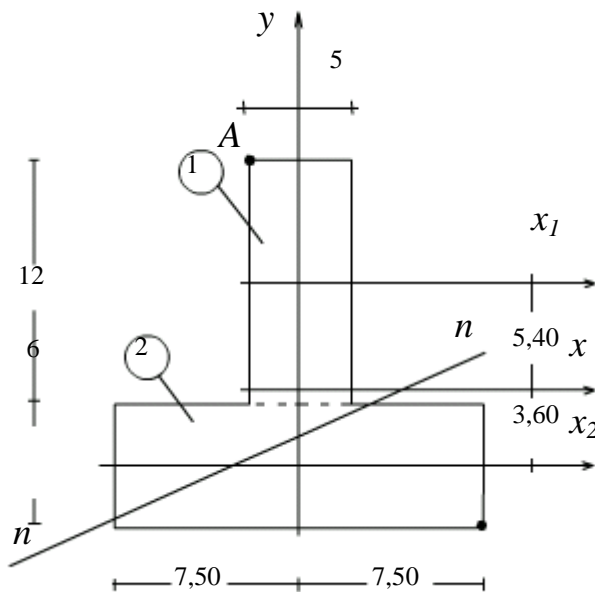


Рис.1.3. К задаче 1.1

## Решение

### 1. Геометрические характеристики сечения

1.1. Определяем положение центра тяжести сечения относительно оси  $x_2$ :

$$y_c = \frac{S_{x_2}}{A} = \frac{S_{x_2}^{(1)} + S_{x_2}^{(2)}}{A_1 + A_2},$$

где  $S_{x_2}$  - статический момент площади относительно оси  $x_2$ .

$$y_c = \frac{12 \cdot 5 \cdot 9 + 0}{12 \cdot 5 + 6 \cdot 15} = \frac{540}{150} = 3,60 \text{ см}$$

Через центр тяжести проводим главные центральные оси  $x, y$ .

1.2. Вычисляем моменты инерции:

$$I_x = I_x^{(1)} + I_x^{(2)} = \left( \frac{5 \cdot 12^3}{12} + 12 \cdot 5 \cdot 5,40^2 \right) + \left( \frac{15 \cdot 6^3}{12} + 6 \cdot 15 \cdot 3,60^2 \right) = 3906 \text{ см}^4;$$

$$I_y = I_y^{(1)} + I_y^{(2)} = \left( \frac{5^3 \cdot 12}{12} + \frac{15^3 \cdot 6}{12} \right) = 1812,5 \text{ см}^4.$$

Вычисляем квадраты радиусов инерции:

$$i_x^2 = \frac{I_x}{A} = \frac{3906}{150} = 26,04 \text{ см}^2; \quad i_y^2 = \frac{I_y}{A} = \frac{1812,5}{150} = 12,08 \text{ см}^2.$$

2. Положение нулевой линии

Так как сила  $P$  приложена в точке  $A$ , то в (1.5) следует ввести  $x_p = x_A = -2,5$  см;  $y_p = y_A = 11,4$  см;

$$a_x = -\frac{i_y^2}{x_p} = -\frac{12,08}{-2,5} = 4,83 \text{ см}; \quad a_y = -\frac{i_x^2}{y_p} = -\frac{26,04}{11,4} = -2,28 \text{ см}.$$

Координаты точек, наиболее удаленных от нулевой линии:

$$\left. \begin{aligned} x_A = x_P = -2,5 \text{ см} \\ y_A = y_P = 11,4 \text{ см} \end{aligned} \right\} \text{зона сжатия}$$

$$\left. \begin{aligned} x_B = 7,5 \text{ см} \\ y_B = -6,6 \text{ см} \end{aligned} \right\} \text{зона растяжения}$$

### 3. Максимальные напряжения сжатия и растяжения

$$\sigma_{\max, c} = -\frac{P}{A} \left( 1 + \frac{y_P \cdot y_A}{i_x^2} + \frac{x_P \cdot x_A}{i_y^2} \right) = -\frac{P}{A} \left( 1 + \frac{11,4 \cdot 11,4}{26,04} + \frac{(-2,5) \cdot (-2,5)}{12,08} \right);$$

$$\sigma_{\max, c} = -\frac{P}{A} 6,508;$$

$$\sigma_{\max, p} = -\frac{P}{A} \left( 1 + \frac{y_P \cdot y_B}{i_x^2} + \frac{x_P \cdot x_B}{i_y^2} \right) = -\frac{P}{A} \left( 1 + \frac{11,4 \cdot (-6,6)}{26,04} + \frac{(-2,5) \cdot 7,5}{12,08} \right);$$

$$\sigma_{\max, p} = \frac{P}{A} 3,441;$$

### 4. Допускаемая нагрузка

$$|\sigma_{\max, c}| = \frac{P}{A} \cdot 6,508 \leq [\sigma_c];$$

$$P \leq \frac{[\sigma_c] \cdot A}{6,508} = \frac{120 \cdot 10^6 \cdot 150 \cdot 10^{-4}}{6,508} = 276583 \text{ н} \approx 276,6 \text{ кН}.$$

$$|\sigma_{\max, p}| = \frac{P}{A} \cdot 3,441 \leq [\sigma_p];$$

$$P \leq \frac{[\sigma_p] \cdot A}{3,441} = \frac{22 \cdot 10^6 \cdot 150 \cdot 10^{-4}}{3,441} = 95902 \text{ н} \approx 95,9 \text{ кН}.$$

Допускаемой является меньшая нагрузка  $[P] = 95,9 \text{ кН}$ .

## 2. Изгиб с кручением круглых валов

Изгиб с кручением - это частный случай сложного сопротивления стержня. С сочетанием изгиба и кручения наиболее часто приходится встречаться при расчете валов (рис.2.1, а). Силы, действующие на валы (давление на зубья шестерен, натяжение ремней, собственный вес вала и шкивов и т.п.), вызывают в поперечных сечениях вала крутящий момент  $M_z$  (рис.2.1, б), изгибающие моменты  $M_x$  (рис.2.1, в) и  $M_y$  (рис. 2.1, г), поперечные силы  $Q_y, Q_x$ .

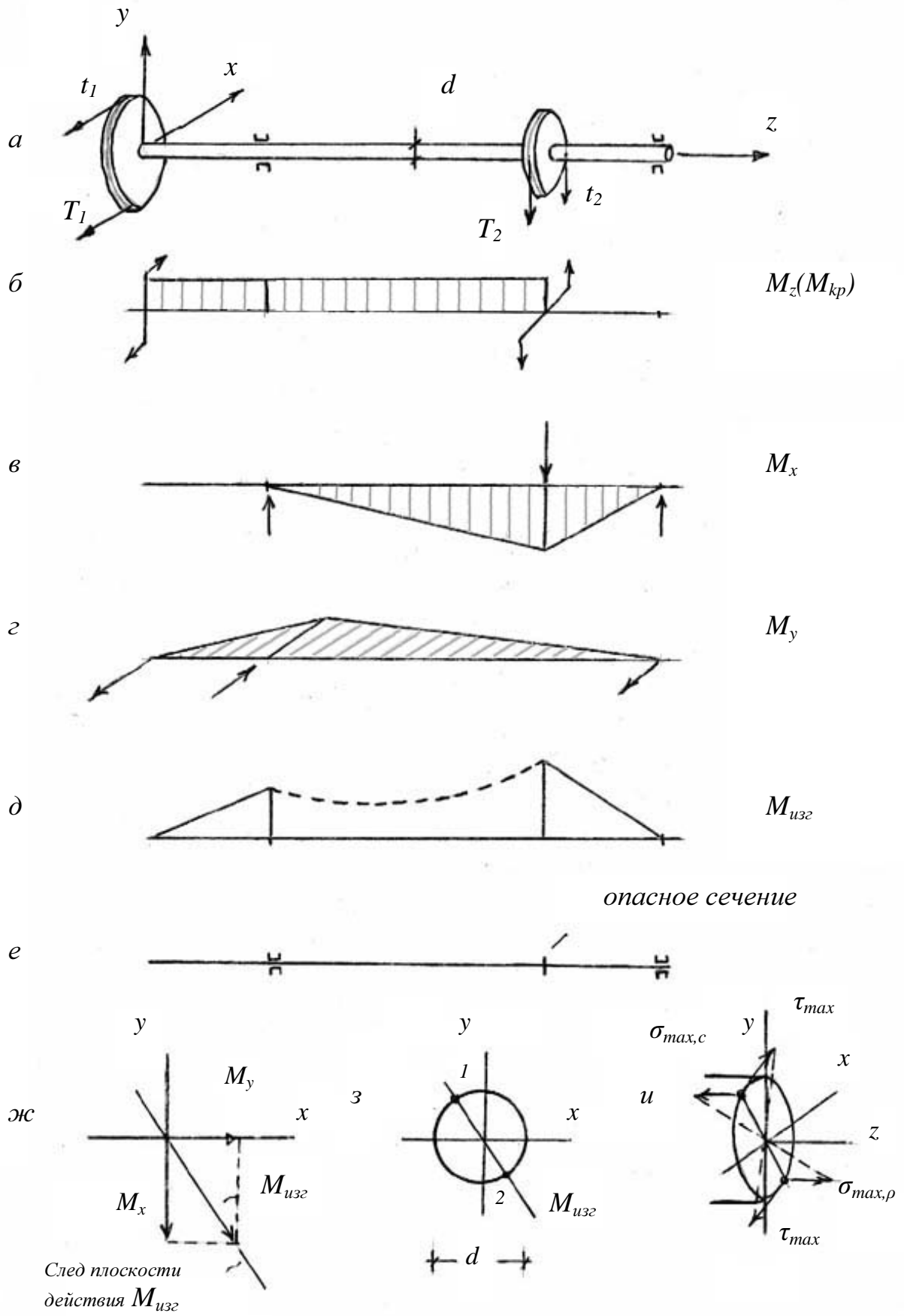


Рис 2.1. Изгиб с кручением

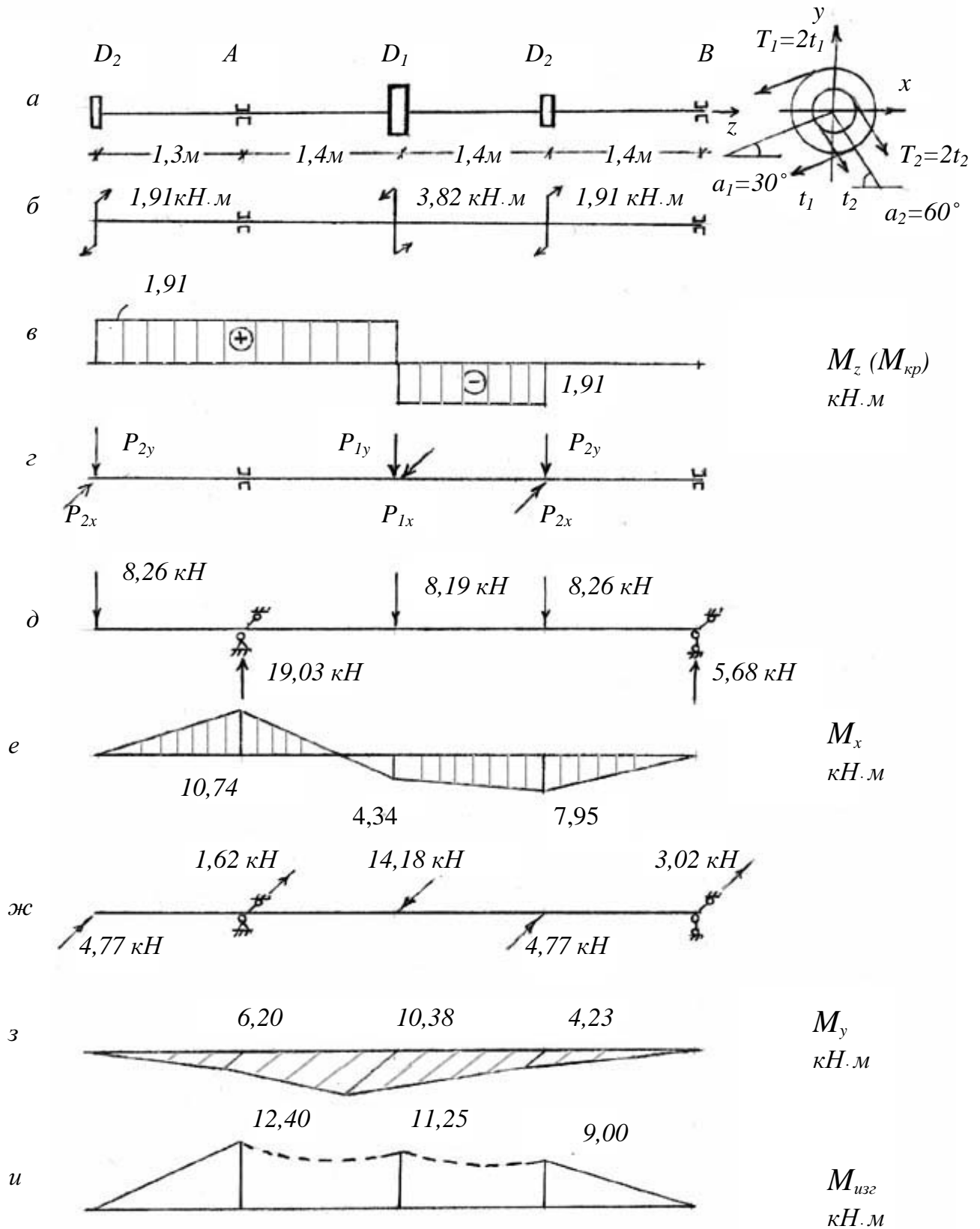


Рис 2.2. К задаче 2.1

Таким образом, в поперечном сечении вала одновременно возникают нормальные напряжения от изгиба и касательные напряжения от кручения. Заметим, что касательные напряжения от поперечных сил, как правило, невелики, и их обычно не учитывают.

Для расчета вала сначала необходимо установить опасные сечения.

С этой целью должны быть построены эпюры крутящих моментов  $M_z$  (см. рис. 2.1, б) и изгибающих моментов  $M_x$  и  $M_y$  (см. рис. 2.1, в, г). При изгибе вала круглого или кольцевого сечения в каждом сечении имеет место прямой изгиб под действием результирующего изгибающего момента  $M_{изг} = \sqrt{(M_x^2 + M_y^2)}$  (рис. 2.1, д). Опасным будет то сечение, где величины  $M_z$  и  $M_{изг}$  принимают наибольшие значения.

В опасном сечении для круглого или кольцевого вала опасные точки можно указать сразу - это точки, лежащие на пересечении плоскости действия суммарного изгибающего момента  $M_{изг}$  с контуром сечения (рис. 2.1, ж, з, точки 1 и 2). Именно в этих точках возникают одновременно наибольшие нормальные и касательные напряжения (рис. 2.1, и). Поскольку материал вала в опасных точках испытывает плоское напряженное состояние, необходимо применять теории прочности. Для пластичных материалов применяют 3-ю и 4-ю теории прочности. Опустив вывод, приведем для круглого сечения условие прочности по 3-й теории (наибольших касательных напряжений):

$$\sigma_{расч}^{(3)} = \frac{M_{расч}^{(3)}}{W} \leq [\sigma], \quad \text{где} \quad M_{расч}^{(3)} = \sqrt{(M_{изг}^2 + M_z^2)}; \quad (2.1)$$

и по 4-й теории (энергетической)

$$\sigma_{расч}^{(4)} = \frac{M_{расч}^{(4)}}{W} \leq [\sigma], \quad \text{где} \quad M_{расч}^{(4)} = \sqrt{(M_{изг}^2 + 0,75 \cdot M_z^2)}. \quad (2.2)$$

Определив из (2.1) или (2.2) требуемый момент сопротивления  $W$ , найдем необходимый диаметр вала.

### Задача 2.1

Шкив с диаметром  $D_1$  и углом наклона ветвей ремня к горизонту  $\alpha_1$  делает  $n$  оборотов в минуту и передает  $N$  кВт. Два других шкива имеют одинаковый диаметр  $D_2$  и одинаковые углы наклона ветвей к горизонту  $\alpha_2$ , и каждый из них передает мощность  $N/2$  (рис. 2.2, а)

Требуется следующее.



1. Определить моменты, приложенные к шкивам, по заданным  $N$  и  $n$ .
2. Построить эпюру крутящих моментов  $M_z$ .
3. Определить окружные усилия  $t_1$  и  $t_2$ , действующие на шкивы, по найденным моментам и заданным диаметрам шкивов  $D_1$  и  $D_2$ .
4. Определить давление на вал.
5. Определить силы, изгибающие вал в горизонтальной и вертикальной плоскостях.
6. Построить эпюры изгибающих моментов от горизонтальных и вертикальных сил.
7. Построить эпюру суммарных изгибающих моментов.
8. Найти опасное сечение и определить максимальный расчетный момент (по третьей теории прочности).
9. Подобрать диаметр вала при  $[\sigma] = 70$  МПа и округлить его значение.

Дано :

$$N = 40 \text{ кВт}; \quad n = 100 \frac{\text{об}}{\text{мин}}; \quad D_1 = 1,4 \text{ м}; \quad D_2 = 1,2 \text{ м}; \quad \alpha_1 = 30^\circ; \quad \alpha_2 = 60^\circ.$$

Решение

1. Определяем моменты, приложенные к шкивам

$$M = \frac{30 \cdot N}{\pi \cdot n} \approx 9,55 \frac{N}{n};$$

где  $N$  - мощность в кВт,  $n$  - скорость вращения вала в  $\frac{\text{об}}{\text{мин}}$ .

$$M_1 = 9,55 \cdot \frac{40}{100} = 3,82 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad M_2 = 9,55 \cdot \frac{20}{100} = 1,91 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

2. Строим эпюру крутящих моментов (рис. 2.2, в).
3. Определяем окружные усилия  $t_1$  и  $t_2$ .

Поскольку

$$M_1 = 2t_1 \frac{D_1}{2} - t_1 \frac{D_1}{2} = t_1 \frac{D_1}{2}, \quad \text{то} \quad t_1 = \frac{2M_1}{D_1} \quad \text{или}$$

$$t_1 = \frac{2 \cdot 3,82}{1,4} = 5,46 \text{ кН}.$$

Аналогично

$$t_2 = \frac{2M_2}{D_2} = \frac{2 \cdot 1,91}{1,2} = 3,18 \text{ кН}.$$

4. Определяем давление на вал

$$P_1 = 3t_1 = 3 \cdot 5,46 = 16,38 \text{ кН};$$

$$P_2 = 3t_2 = 3 \cdot 3,18 = 9,54 \text{ кН}.$$

5. Определяем силы, изгибающие вал в горизонтальной и вертикальной плоскостях (рис. 2.2, *з*)

$$P_{1x} = -P_1 \cos \alpha_1 = -16,38 \cdot \cos 30^\circ = -14,18 \text{ кН} \quad (\text{влево});$$

$$P_{1y} = -P_1 \sin \alpha_1 = -16,38 \cdot \sin 30^\circ = -8,19 \text{ кН} \quad (\text{вниз}).$$

$$P_{2x} = P_2 \cos \alpha_2 = 9,54 \cdot \cos 60^\circ = 4,77 \text{ кН} \quad (\text{вправо});$$

$$P_{2y} = -P_2 \sin \alpha_2 = -9,54 \cdot \sin 60^\circ = -8,26 \text{ кН} \quad (\text{вниз}).$$

6. Строим эпюры изгибающих моментов в вертикальной плоскости (рис. 2.2, *д, е*) и в горизонтальной плоскости (рис. 2.2, *ж, з*).

7. Строим эпюру суммарных изгибающих моментов.

Вычисляем суммарный изгибающий момент в характерных сечениях по формуле

$$M_{изг} = \sqrt{(M_x^2 + M_y^2)}$$

и откладываем полученные значения на графике. Имеем

$$\sqrt{(10,74^2 + 6,20^2)} = 12,40; \quad \sqrt{(4,34^2 + 10,38^2)} = 11,25; \quad \sqrt{(7,95^2 + 4,23^2)} = 9,00.$$

Поскольку поперечное сечение круглое и момент сопротивления его при изгибе в любой плоскости одинаков, можно ординаты пространственной эпюры  $M_{изг}$  расположить в одной плоскости (рис. 2.2, *и*).

8. Находим опасное сечение.

Из эпюр  $M_z$  и  $M_{изг}$  видно, что опасным является сечение, для которого  $M_z = M_{кр} = 1,91 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ,  $M_{изг} = 12,40 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

Для этого сечения вычисляем расчетный момент, используя третью теорию прочности. Получим

$$M_{расч} = \sqrt{(M_{изг}^2 + M_{кр}^2)} = \sqrt{(12,40^2 + 1,91^2)} = 12,55 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

9. Определяем диаметр вала.

$$\text{Из условия прочности} \quad \sigma_{расч} = \frac{M_{расч}}{W} \leq [\sigma]$$

найдем требуемый момент сопротивления

$$W \geq \frac{M_{расч}}{[\sigma]} = \frac{12,55 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м}}{70 \cdot 10^6 \text{ Н} / \text{м}^2} = 179,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 179,3 \text{ см}^3.$$

Зная момент сопротивления, вычисляем диаметр вала.

Так как  $W = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$ , то  $d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot W}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 179,3}{3,14}} = 12,22 \text{ см.}$

Округлив значение диаметра, получим окончательно  $d = 120 \text{ мм.}$

### 3. Продольный изгиб

Продольный изгиб – это искривление оси стержня при внешней сжимающей нагрузке, действующей вдоль его оси.

При продольном изгибе расчет ведут на устойчивость первоначальной прямолинейной формы равновесия стержня.

Условие устойчивости записывается в виде

$$\sigma = \frac{P}{A} \leq [\sigma_v] = \varphi [\sigma_c], \quad (3.1)$$

где  $\varphi$  - коэффициент снижения допускаемого напряжения при осевом сжатии  $[\sigma_c]$ . Он зависит от материала стержня и задается таблично в зависимости от гибкости стержня  $\lambda$ :

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}}, \quad (3.2)$$

где  $i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}}$  - минимальный радиус инерции сечения;  $l$  - длина стержня;  $\mu$  - коэффициент приведения длины, зависящий от условий закрепления стержня (рис. 3.1).

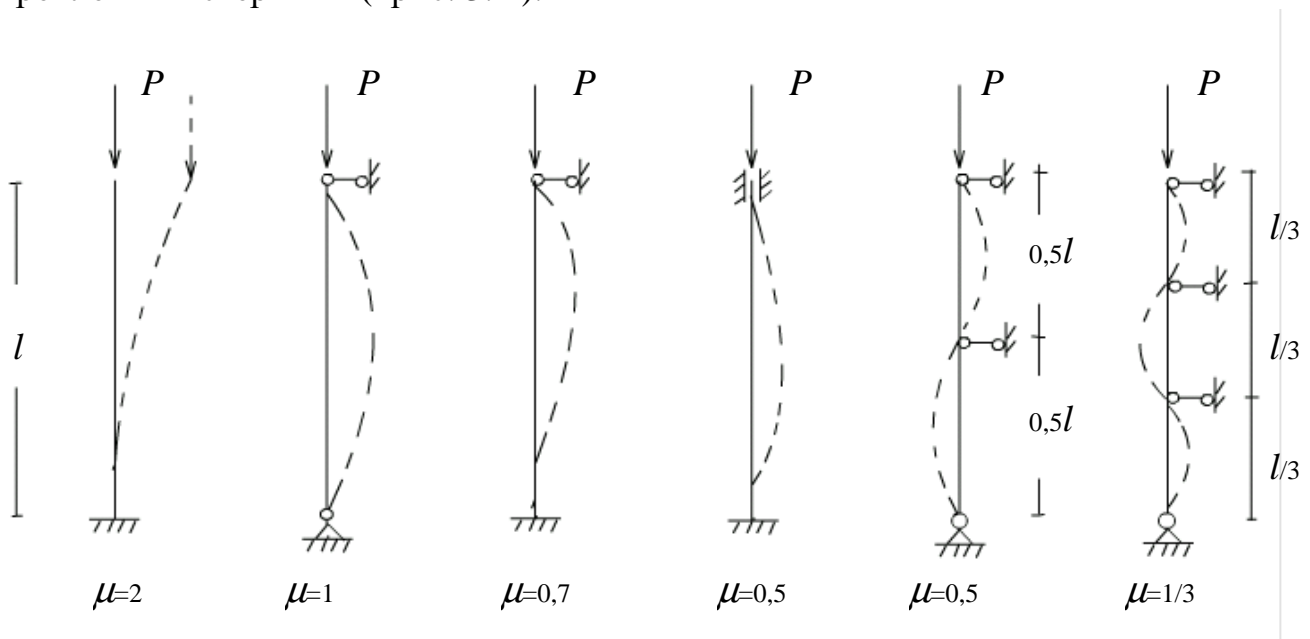


Рис.3.1 . Коэффициенты приведения длины

При использовании условия устойчивости ( 3.1 ) расчет может быть :

$$\text{а) проверочным} \quad \sigma = \frac{P}{A} \leq \varphi [\sigma_c] ; \quad (3.3)$$

б) по определению допускаемой нагрузки

$$[P] = \varphi \cdot [\sigma_c] \cdot A; \quad (3.4)$$

$$\text{в) проектировочным} \quad A \geq \frac{P}{\varphi \cdot [\sigma_c]} . \quad (3.5)$$

При проектировании сечения задача решается методом последовательных приближений, так как в начале расчета значение  $\varphi$ , зависящее от  $\lambda$ , а следовательно и от размеров поперечного сечения стержня, неизвестно.

Величина критической силы равна

$$P_{кр} = \sigma_{кр} A , \quad (3.6)$$

где критическое напряжение определяется по одной из формул :

а) при  $\lambda \geq \lambda_{пред}$  - по формуле Эйлера

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2} ; \quad (3.7)$$

б) при  $\lambda < \lambda_{пред}$  - по эмпирической формуле Ясинского, которая для стали СТ.3 имеет вид

$$\sigma_{кр} = 310 - 1,14 \lambda \quad ( \text{МПа} ) . \quad (3.8)$$

Значение предельной гибкости  $\lambda_{пред}$  зависит от свойств материала:

$$\lambda_{пред} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{мц}}} , \quad (3.9)$$

где  $\sigma_{мц}$  - предел пропорциональности.

Для стали СТ.3  $\sigma_{мц} = 200$  МПа,  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,

$$\lambda_{пред} = 3,14 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 10^5}{200}} \approx 100 .$$

### Задача 3.1

Стальной стержень длиной  $l$  сжимается силой  $P$  ( рис. 3.2, а ).

Поперечное сечение стержня - коробчатое ( рис. 3.2, б ).

Требуется следующее:

1. Найти размеры поперечного сечения стержня при допуске напряжении на осевое сжатие  $[\sigma] = 160$  МПа.
2. Найти величину критической силы и коэффициент запаса устойчивости.

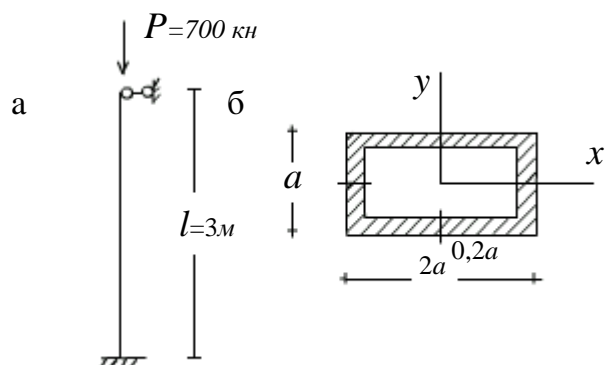


Рис. 3.2. К задаче 3.1

Решение

1. Находим размеры поперечного сечения

1.1. Выразим площадь сечения через размер “ $a$ ”

$$A = 2a \cdot a - 1,6a \cdot 0,6a = 1,04a^2$$

1.2. Определяем моменты инерции сечения относительно главных центральных осей

$$I_x = 2a \cdot \frac{a^3}{12} - 1,6a \cdot \frac{(0,6a)^3}{12} = 0,1379a^4;$$

$$I_y = a \cdot \frac{(2a)^3}{12} - 0,6a \cdot \frac{(1,6a)^3}{12} = 0,4619a^4.$$

Для нашего сечения  $I_{\min} = I_x = 0,1379a^4$ .

1.3. Выразим минимальный радиус инерции

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{0,1379a^4}{1,04a^2}} = 0,3641a.$$

1.4. Определим гибкость стержня

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}} = \frac{0,7 \cdot l}{0,3641a} = 1,922 \frac{l}{a}.$$

1.5. Задаемся начальным значением  $\varphi$ , например,  $\varphi_1 = 0,5$ .

1.6. Из условия ( 3.5 ) определяем

$$A \geq \frac{P}{\varphi \cdot [\sigma]} = \frac{700 \cdot 10^3 \text{ н}}{0,5 \cdot 160 \frac{\text{н}}{\text{мм}^2}} = 8750 \text{ мм}^2.$$

1.7. Зная площадь, находим размер  $a$ :

$$a = \sqrt{\frac{A}{1,04}} = \sqrt{\frac{8750}{1,04}} = 91,73 \text{ мм}.$$

1.8. Вычисляем гибкость

$$\lambda = 1,922 \frac{l}{a} = 1,922 \frac{3 \cdot 10^3}{91,73} = 62,86.$$

1.9 По таблицам [3, с. 574] находим  $\varphi'_1 = 0,85$ . Поскольку  $\varphi_1 \neq \varphi'_1$ , задаем новое значение  $\varphi_2 = \frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi'_1)$  и повторяем цикл операций (п.1.6- 1.9) до тех пор, пока значения  $\varphi$  и  $\varphi'$  не совпадут с заданной точностью.

Второе приближение

$$\varphi_2 = \frac{1}{2}(0,5 + 0,85) = 0,675; \quad A \geq \frac{700 \cdot 10^3}{0,675 \cdot 160} = 6481 \text{ мм}^2;$$

$$a = \sqrt{\frac{6481}{1,04}} = 78,94 \text{ мм}; \quad \lambda = 1,922 \cdot \frac{3 \cdot 10^3}{78,94} = 73,04.$$

По таблицам для  $\lambda = 73,04$  находим  $\varphi'_2 = 0,79$ .

Третье приближение

$$\varphi_3 = \frac{1}{2}(0,675 + 0,79) = 0,732; \quad A \geq \frac{700}{0,732 \cdot 160} = 5976 \text{ мм}^2;$$

$$a = \sqrt{\frac{5976}{1,04}} = 75,80 \text{ мм}; \quad \lambda = 1,922 \cdot \frac{3 \cdot 10^3}{75,80} = 76,07.$$

По таблицам для  $\lambda = 76,07$  находим  $\varphi'_3 = 0,773$ .

Четвертое приближение

$$\varphi_4 = \frac{1}{2}(0,732 + 0,773) = 0,753; \quad A \geq \frac{700 \cdot 10^3}{0,753 \cdot 160} = 5810 \text{ мм}^2;$$

$$a = \sqrt{\frac{5810}{1,04}} = 74,74 \text{ мм}; \quad \lambda = 1,922 \cdot \frac{3 \cdot 10^3}{74,74} = 77,15.$$

По таблицам для  $\lambda = 77,15$  находим  $\varphi'_4 = 0,766$ .

Пятое приближение

$$\varphi_5 = \frac{1}{2}(0,753 + 0,766) = 0,760; \quad A \geq \frac{700 \cdot 10^3}{0,760 \cdot 160} = 5756 \text{ мм}^2;$$

$$a = \sqrt{\frac{5756}{1,04}} = 74,40 \text{ мм}; \quad \lambda = 1,922 \cdot \frac{3 \cdot 10^3}{74,40} = 77,50.$$

По таблицам для  $\lambda = 77,50$  находим  $\varphi'_5 = 0,765$ .

Поскольку  $\varphi_5$  близко к значению  $\varphi'_5$ , процесс последовательных приближений завершаем. Принимая  $a = 74\text{мм}$ , проверим условие устойчивости (3.3).

$$\text{Для } a = 74\text{мм} \quad \lambda = 1,922 \cdot \frac{3 \cdot 10^3}{74} = 77,92 .$$

По таблицам для  $\lambda = 77,92$  находим  $\varphi = 0,762$ .

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{700 \cdot 10^3}{1,04 \cdot 74^2} = 122,9\text{Н / мм}^2 \quad \varphi[\sigma] = 0,762 \cdot 160 = 121,9\text{Н / мм}^2$$

Перенапряжение составляет  $0,8\% < 5\%$ , что допустимо.

Итак,  $a = 74\text{мм}$ ,  $A = 5695\text{мм}^2$ .

2. Находим величину критической силы и коэффициент запаса устойчивости.

Поскольку  $\lambda = 77,92 < 100$ , критическое напряжение вычисляем по формуле Ф.С. Ясинского (3.8):

$$\sigma_{кр} = 310 - 1,14 \cdot 77,92 = 221,1 \text{ (МПа)}.$$

Тогда критическая сила

$$P = \sigma_{кр} \cdot A = 221,1 \cdot 5695 = 1259164\text{Н} \approx 1259,2\text{кН}.$$

Коэффициент запаса устойчивости

$$n = \frac{P_{кр}}{P} = \frac{1259,2}{700} = 1,80.$$

### Библиографический список

1. Сопротивление материалов: Методические указания и контрольные задания для студентов-заочников всех специальностей техн. высш. учеб. заведений кроме строительных /Сост. А.В. Дарков, Б. Н. Кутуков. – 14-е изд. – М.: Высш. шк., 1985. – 56 с.

2. Методические указания к выполнению контрольных работ по сопротивлению материалов. Ч. 2. / Сост. Тен Ен Со, Ю. И Кадун., А. Н. Пашков. – Хабаровск: Хабар. политехн. ин-т, 1986. – 36 с.

3. Сопротивление материалов / Под ред. Г.С. Писаренко. – 5-е изд. – Киев: Выща шк., 1986. – 775 с.

4. Александров А. В., Потапов В. Д., Державин Б. П. Сопротивление материалов. – М.: Высш. шк., 1985. – 560 с.

5. Дарков А. В., Шпиро Г. С. Сопротивление материалов. – 5-е изд. – М.: Высш. шк., 1989. – 624 с.