

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ**

Инженерно-строительный институт

Кафедра «Теория сооружений и строительная механика»

Расчетно-графическая работа №7

«Расчет рамы на устойчивость»

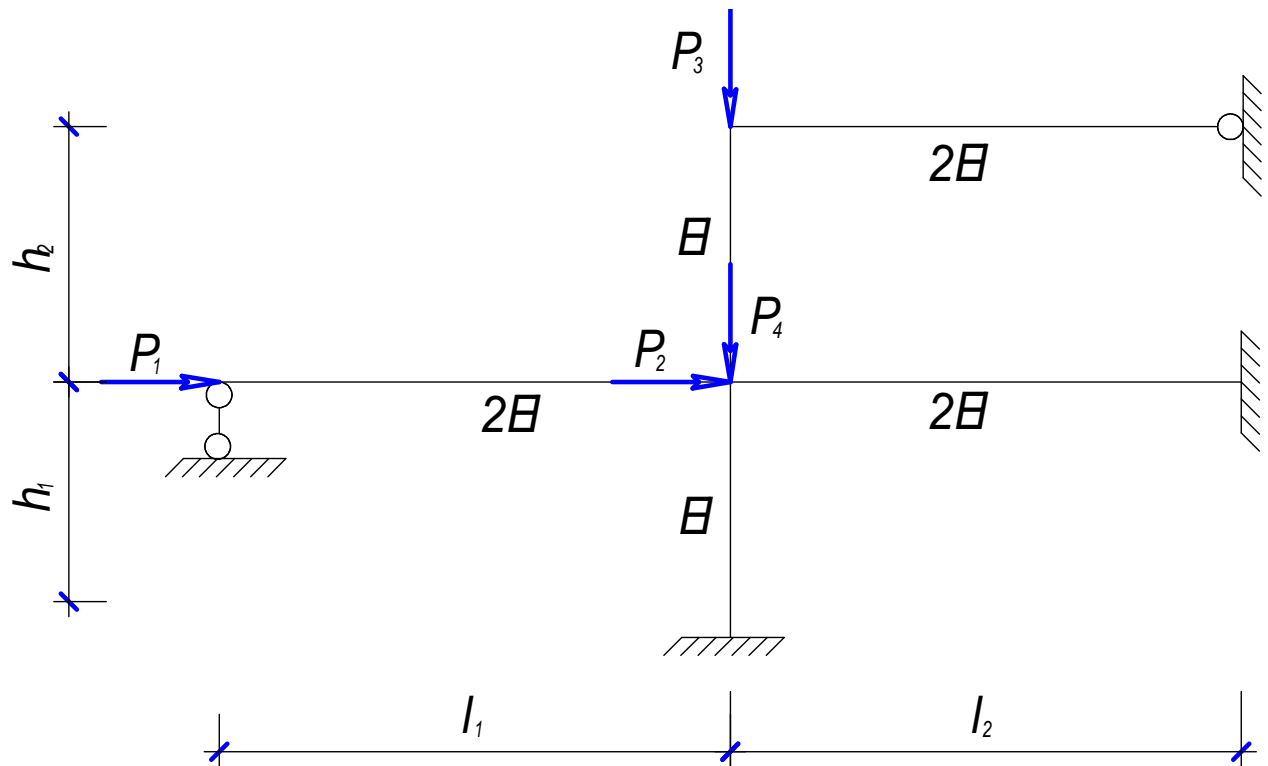
Вариант 8

Студент: гр. 103 Зубарев А. А.

Преподаватель: к.т.н., доцент Бех Л. П.

Н.Новгород – 2007

Исходная схема



Исходные данные

$$l_1 = l_2 = 4a$$

$$h_1 = h_2 = 2a$$

$$P_1 = 2P$$

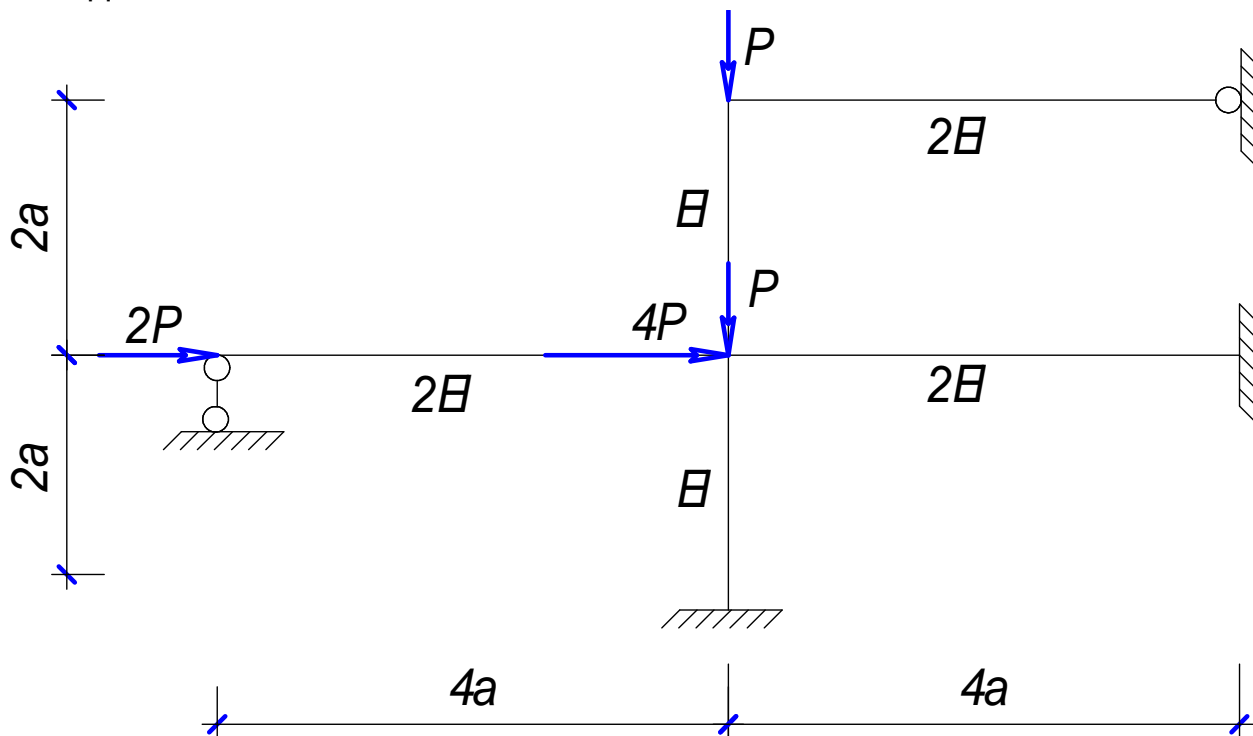
$$P_2 = 4P$$

$$P_3 = P_4 = P$$

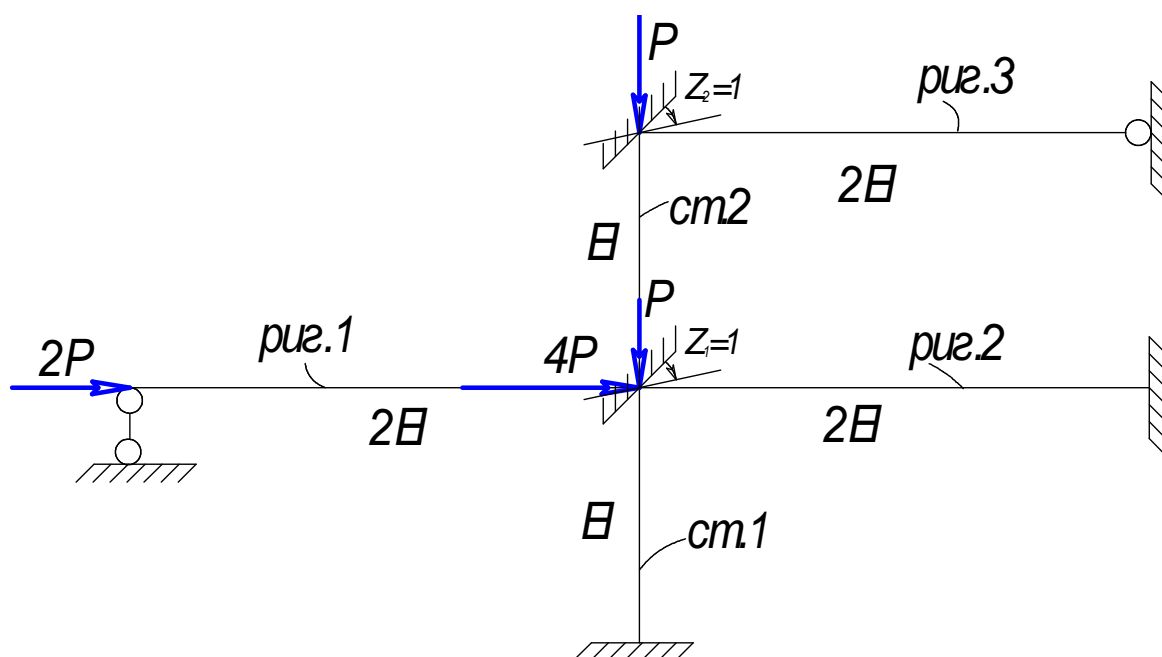
Требуется определить значения критических сил.

РЕШЕНИЕ:

1. Заданная система в масштабе.



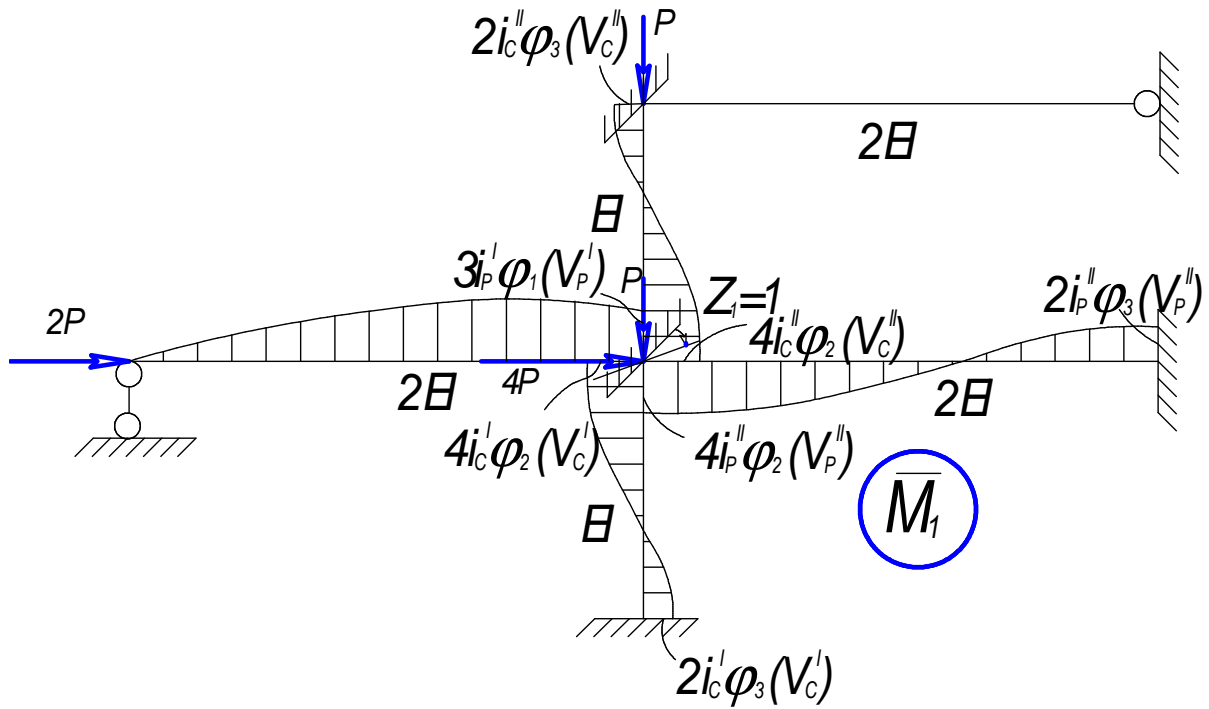
2. Выбор основной системы



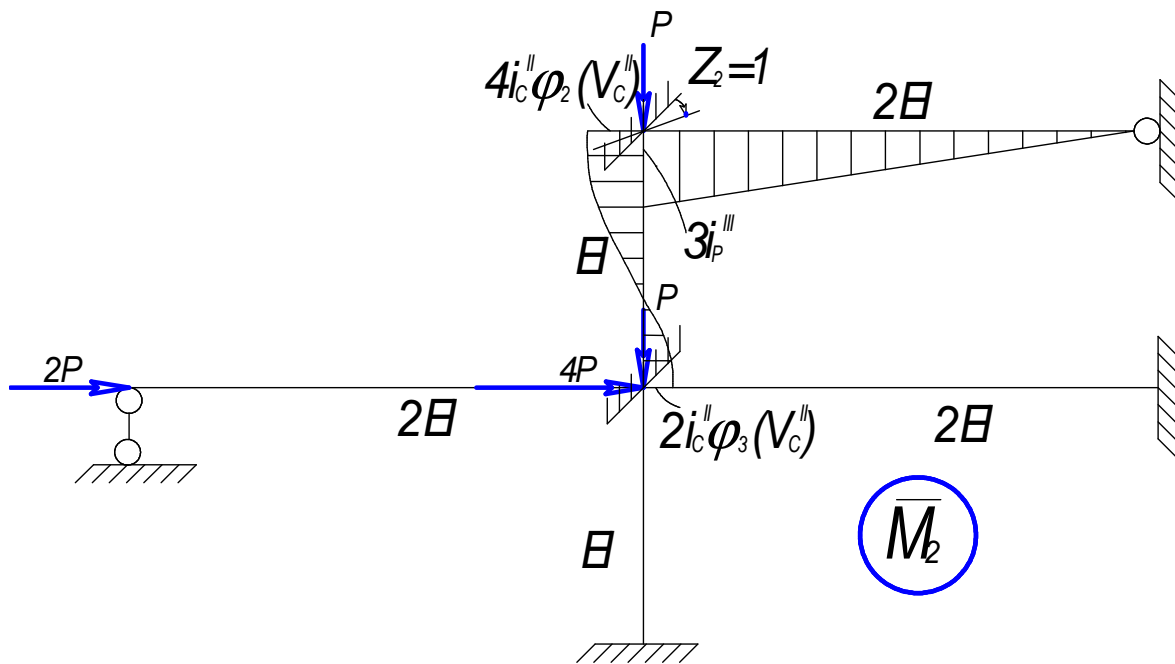
3. Определение степени кинематической неопределимости рамы:

$$n=2+0=2$$

4. Построение эпюры изгибающих моментов от единичного перемещения Z_1 :



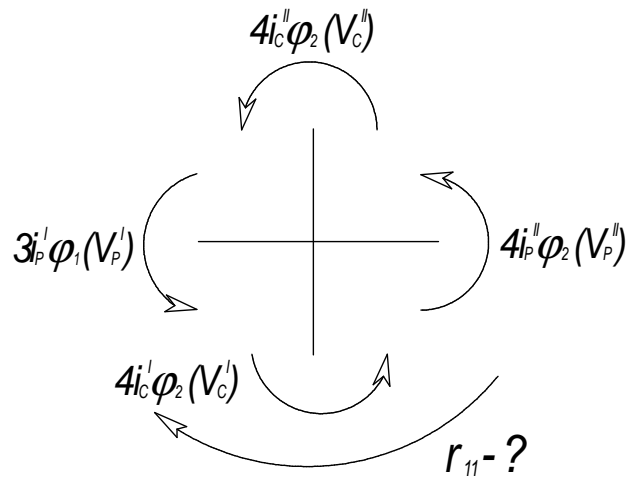
Построение эпюры изгибающих моментов от единичного перемещения Z_2 :



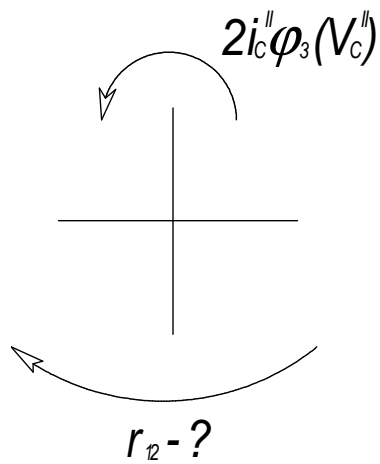
Так как $n=2$, то характеристическое уравнение устойчивости будет иметь вид:

$$D(V_{KP}) = \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{vmatrix} = r_{11} \cdot r_{22} - r_{12} \cdot r_{21} = r_{11} \cdot r_{22} - r_{12}^2 = 0$$

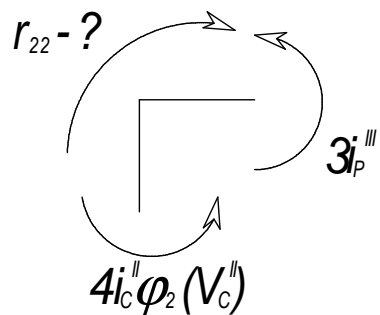
5. Определение неизвестных реакций в стержнях рамы:



$$r_{11} = 4i_P'' \phi_2(V_P'') + 4i_C' \phi_2(V_C') + 3i_P' \phi_1(V_P') + 4i_C'' \phi_2(V_C'')$$



$$r_{12} = 2i_C'' \phi_3(V_C'')$$



$$r_{22} = 3i_P''' + 4i_C'' \phi_2(V_C'')$$

Вычисления:

$$i_P^I = \frac{EI_P^I}{l_P^I} = \frac{2EI}{4a} = \frac{1}{2}i_0$$

$$i_P^{II} = \frac{EI_P^{II}}{l_P^{II}} = \frac{2EI}{4a} = \frac{1}{2}i_0$$

$$i_P^{III} = \frac{EI_P^{III}}{l_P^{III}} = \frac{2EI}{4a} = \frac{1}{2}i_0$$

$$i_C^I = \frac{EI_C^I}{l_C^I} = \frac{EI}{2a} = \frac{1}{2}i_0$$

$$i_C^{II} = \frac{EI_C^{II}}{l_C^{II}} = \frac{EI}{2a} = \frac{1}{2}i_0$$

$$V_P^I = \sqrt{\frac{P_P^I \cdot (l_P^I)^2}{EI_P^I}} = \sqrt{\frac{2P \cdot 16a^2}{2EI}} = 4V_0,$$

$$\text{где } V_0 = \sqrt{\frac{P \cdot a^2}{EI}}$$

$$V_P^{II} = \sqrt{\frac{P_P^{II} \cdot (l_P^{II})^2}{EI_P^{II}}} = \sqrt{\frac{(2P + 4P) \cdot 16a^2}{2EI}} = 6,93V_0$$

$$V_C^{II} = \sqrt{\frac{P_C^{II} \cdot (l_C^{II})^2}{EI_C^{II}}} = \sqrt{\frac{P \cdot 4a^2}{EI}} = 2V_0$$

$$V_C^I = \sqrt{\frac{P_C^I \cdot (l_C^I)^2}{EI_C^I}} = \sqrt{\frac{2P \cdot 4a^2}{EI}} = 2,83V_0$$

Тогда:

$$r_{11} = i_0 [2\varphi_2(2V_0) + 2\varphi_2(6,93V_0) + 1,5\varphi_1(4V_0) + 2\varphi_2(2,83V_0)]$$

$$r_{12} = r_{21} = i_0 [\varphi_3(2V_0)]$$

$$r_{22} = i_0 [2\varphi_2(2V_0) + 1,5]$$

6. Характеристическое уравнение принимает вид:

$$D(V_0^{KP}) = [2\varphi_2(2V_0) + 2\varphi_2(6,93V_0) + 1,5\varphi_1(4V_0) + 2\varphi_2(2,83V_0)] \times \\ \times [2\varphi_2(2V_0^{KP}) + 1,5] - [\varphi_3(2V_0)]^2 = 0$$

Решение уравнения производится на Э.В.М. (MS Excel):

V0	f ₁	f ₂
0,0000	26,2500	1,0000
0,2000	25,3685	0,9894
0,4000	22,5320	0,9575
0,6000	16,7388	0,9046
0,8000	0,8373	0,8310
0,9000	-257,2902	0,7869

$$V_0^{KP} = 0,8025$$

7. Определение значений критических сил:

Учитывая, что $V_0^{KP} = \sqrt{\frac{P_{KP} \cdot a^2}{EI}}$ получаем:

$$P_{KP} = \frac{(V_0^{KP})^2 \cdot EI}{a^2} = \frac{(0,8025)^2 \cdot EI}{a^2} = 0,644 \frac{EI}{a^2} (\kappa H)$$

$$P_{KP}^{пуз.1} = 2P_{KP} = 1,288 \frac{EI}{a^2} (\kappa H)$$

$$P_{KP}^{пуз.2} = 6P_{KP} = 3,864 \frac{EI}{a^2} (\kappa H)$$

$$P_{KP}^{см.1} = P_{KP} = 1,288 \frac{EI}{a^2} (\kappa H)$$

$$P_{KP}^{см.2} = P_{KP} = 0,644 \frac{EI}{a^2} (\kappa H)$$

8. Вычисление коэффициентов приведения длины стержней:

$$\mu_P^I = \frac{\pi}{V_P^I} = \frac{3,14}{0,8025 \cdot 4} = 0,978$$

$$\mu_P^{II} = \frac{\pi}{V_P^{II}} = \frac{3,14}{0,8025 \cdot 6,93} = 0,564$$

$$\mu_C^I = \frac{\pi}{V_C^I} = \frac{3,14}{0,8025 \cdot 2,83} = 1,38$$

$$\mu_C^{II} = \frac{\pi}{V_C^{II}} = \frac{3,14}{0,8025 \cdot 2} = 1,95$$

9. Приведенная длина стержней:

$$l_{0,pu21} = \mu_P \times l_{pu2} = 0,978 \times 4a = 3,912a$$

$$l_{0,pu22} = \mu_P \times l_{pu2} = 0,564 \times 4a = 2,256a$$

$$l_{0,cm1} = \mu_C \times l_{cm1} = 1,38 \times 2a = 2,76a$$

$$l_{0,cm2} = \mu_C \times l_{cm2} = 1,95 \times 2a = 3,9a$$

Выражения для критических сил, учитывая, что $P_{KP} = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2}$ равны:

$$P_{KP}^{пуз.1} = \left(\frac{3,14}{3,912} \right)^2 \frac{2EI}{a^2} = 1,288 \frac{EI}{a^2} (\kappa H)$$

$$P_{KP}^{пуз.2} = \left(\frac{3,14}{2,256} \right)^2 \frac{EI}{a^2} = 3,874 \frac{EI}{a^2} (\kappa H)$$

$$P_{KP}^{см.1} = \left(\frac{3,14}{2,76} \right)^2 \frac{EI}{a^2} = 1,294 \frac{EI}{a^2} (\kappa H)$$

$$P_{KP}^{см.2} = \left(\frac{3,14}{3,9} \right)^2 \frac{EI}{a^2} = 0,648 \frac{EI}{a^2} (\kappa H)$$

Выполняем проверку, вычисляя отношения критических сил:

$$1,288 \frac{EI}{a^2} : 3,874 \frac{EI}{a^2} : 1,294 \frac{EI}{a^2} : 0,648 \frac{EI}{a^2}, \text{ что соответствует}$$

$$P_{KP}^{пуз.1} : P_{KP}^{пуз.2} : P_{KP}^{см.1} : P_{KP}^{см.2} = 2 : 6 : 2 : 1$$

С учетом сонаправленности действия сил P_1 и P_2 и сил P_3 и P_4 получим:

$$1,288 \frac{EI}{a^2} : 2,586 \frac{EI}{a^2} : 0,646 \frac{EI}{a^2} : 0,648 \frac{EI}{a^2}$$

Что соответствует соотношению заданных сил в исходной расчетной схеме:

$$P_1 : P_2 : P_3 : P_4 = 2 : 4 : 1 : 1$$