

## МАТЕМАТИКА

### Демоверсия

Задания с 1 по 12 – краткий ответ  
Задания с 13 по 19 – полное решение

В демонстрационном варианте представлено по несколько примеров заданий на некоторые позиции экзаменационной работы. В реальных вариантах экзаменационной работы на каждую позицию будет предложено только одно задание.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа (180 минут).

**1.** Поезд отправился из Санкт-Петербурга в 23 часа 50 минут (время московское) и прибыл в Москву в 7 часов 50 минут следующих суток. Сколько часов поезд находился в пути?

ИЛИ

В среднем за день во время конференции расходуется 80 пакетиков чая. Конференция длится 3 дня. В пачке чая 50 пакетиков. Какого наименьшего количества пачек чая хватит на все дни конференции?

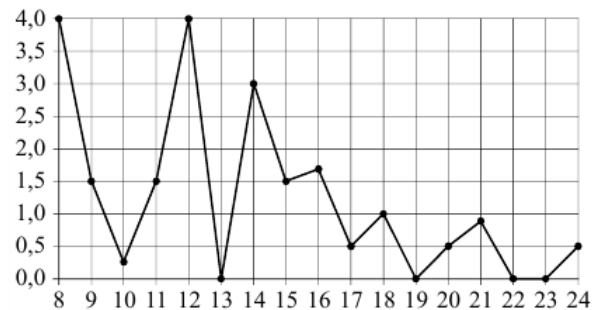
ИЛИ

Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 5%. Книга стоит 140 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?

ИЛИ

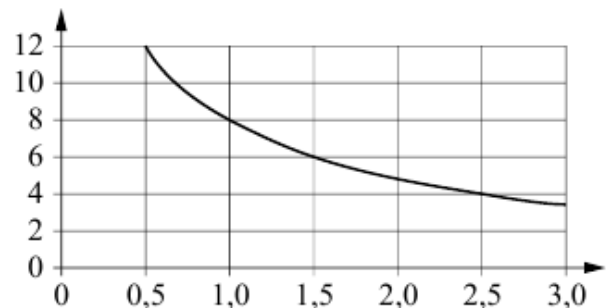
В 16-этажном доме на каждом этаже любого из его 5 подъездов расположено по 4 квартиры. На каком этаже этого дома находится квартира 165?

**2.** На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 г. По горизонтали указаны числа месяца; по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа в Томске впервые выпало ровно 1,5 миллиметра осадков.



ИЛИ

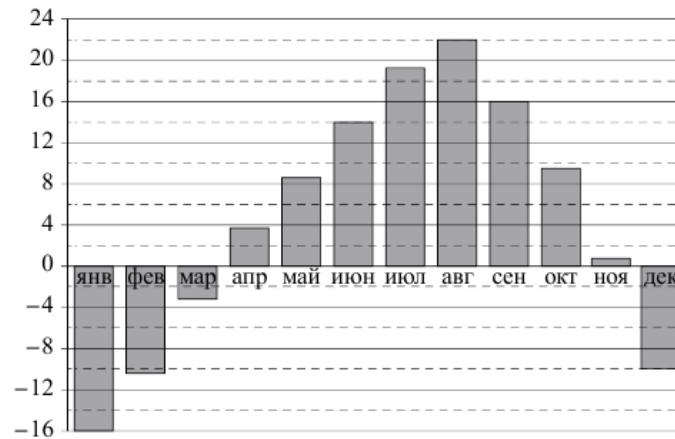
Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя: чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и быстрее вращается мотор отопителя. На графике показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На горизонтальной оси отмечено сопротивление в омах; на вертикальной оси — сила тока в амперах. Определите по графику, на сколько омов увеличилось сопротивление в цепи при уменьшении силы тока с 12 ампер до 4 ампер.



ИЛИ

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха во Владивостоке за каждый месяц 2013 г. По горизонтали указываются месяцы; по вертикали — температура в градусах Цельсия.

Определите по приведённой диаграмме, сколько было месяцев с отрицательной среднемесячной температурой.



3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1x1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



ИЛИ

На клетчатой бумаге с размером клетки 1x1 изображена трапеция. Найдите длину средней линии этой трапеции



4. В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов. Только в двух билетах встречается вопрос о грибах. На экзамене выпускнику достаётся один случайно выбранный билет из этого сборника. Найдите вероятность того, что в этом билете будет вопрос о грибах.

ИЛИ

Вероятность того, что мотор холодильника прослужит более 1 года, равна 0,8, а вероятность того, что он прослужит более 2 лет, равна 0,6. Какова вероятность того, что мотор прослужит более 1 года, но не более 2 лет?

ИЛИ

Стрелок при каждом выстреле поражает мишень с вероятностью 0,3, независимо от результатов предыдущих выстрелов. Какова вероятность того, что он поразит мишень, сделав не более 3 выстрелов?

5. Найдите корень уравнения  $3^{x-5} = 81$ .

ИЛИ

Найдите корень уравнения  $\sqrt{3x+49} = 10$

ИЛИ

Найдите корень уравнения  $\log_8(5x+47) = 3$ .

ИЛИ

Решите уравнение  $\sqrt{2x+3} = x$ . Если корней окажется несколько, то в ответ запишите наименьший из них.

6. Треугольник ABC вписан в окружность с центром O. Угол BAC равен  $32^\circ$ . Найдите угол BOC. Ответ дайте в градусах.

ИЛИ

Площадь треугольника ABC равна 24, DE — средняя линия, параллельная стороне AB. Найдите площадь треугольника CDE.

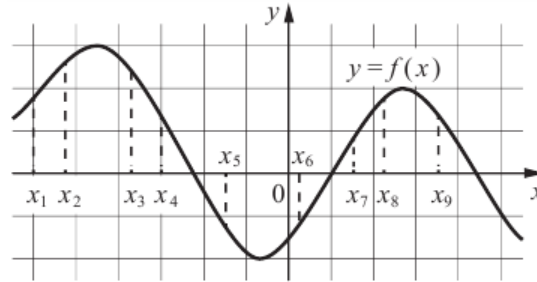
ИЛИ

В ромбе ABCD угол DBA равен  $13^\circ$ . Найдите угол BCD. Ответ дайте в градусах.

ИЛИ

Стороны параллелограмма равны 24 и 27. Высота, опущенная на меньшую из этих сторон, равна 18. Найдите высоту, опущенную на большую сторону параллелограмма.

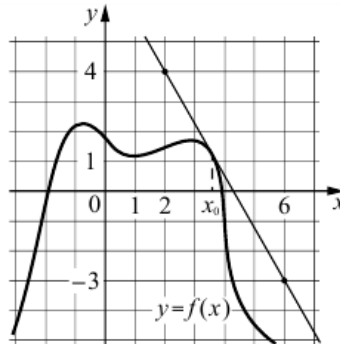
7. На рисунке изображён график дифференцируемой функции  $y = f(x)$ . На оси абсцисс отмечены девять точек:  $x_1, x_2, \dots, x_9$ .



Найдите все отмеченные точки, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна. В ответе укажите количество таких точек.

ИЛИ

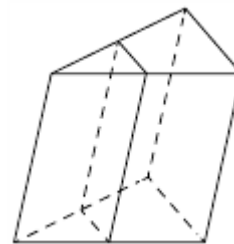
На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции в точке  $x_0$ .



8. В первом цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 16 см. Эту жидкость перелили во второй цилиндрический сосуд, диаметр основания которого в 2 раза больше диаметра основания первого. На какой высоте будет находиться уровень жидкости во втором сосуде? Ответ дайте в сантиметрах.

ИЛИ

Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 24. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.



ИЛИ

Через точку, лежащую на высоте прямого кругового конуса и делящую её в отношении 1:2, считая от вершины конуса, проведена плоскость, параллельная его основанию и делящая конус на две части. Каков объём той части конуса, которая примыкает к его основанию, если объём всего конуса равен 54?

9. Найдите  $\sin 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = 0,6$  и  $\pi < \alpha < 2\pi$ .

ИЛИ

Найдите значение выражения  $16 \log_7 \sqrt[4]{7}$

ИЛИ

Найдите значение выражения  $4^{\frac{1}{5}} \cdot 16^{\frac{9}{10}}$

10. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковой сигнал частотой 749 МГц. Приёмник регистрирует частоту сигнала, отражённого от дна океана. Скорость погружения батискафа (в м/с) и частоты связаны соотношением

$$v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}$$

где  $c = 1500$  м/с – скорость звука в воде,  $f_0$  – частота испускаемого сигнала (в МГц),  $f$  – частота отражённого сигнала (в МГц). Найдите частоту отражённого сигнала (в МГц), если батискаф погружается со скоростью 2 м/с.

11. Весной катер идёт против течения реки в  $1\frac{2}{3}$  раза медленнее, чем по течению. Летом течение становится на 1 км/ч медленнее. Поэтому летом катер идёт против течения в  $1\frac{1}{2}$  раза медленнее, чем по течению. Найдите скорость течения весной (в км/ч).

ИЛИ

Смешав 45-процентный и 97-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 62-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 72-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 45-процентного раствора использовали для получения смеси?

ИЛИ

Автомобиль, движущийся с постоянной скоростью 70 км/ч по прямому шоссе, обгоняет другой автомобиль, движущийся в ту же сторону с постоянной скоростью 40 км/ч. Каким будет расстояние (в километрах) между этими автомобилями через 15 минут после обгона?

12. Найдите наименьшее значение функции

$$y = 9x - 9 \ln(x + 11) + 7$$

на отрезке  $[-10,5; 0]$ .

ИЛИ

Найдите точку максимума функции  $y = (x + 8)^2 \cdot e^{3-x}$ .

ИЛИ

Найдите точку минимума функции  $y = -\frac{x}{x^2 + 256}$

13. а) Решите уравнение

$$2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos 2x = \sqrt{3} \cos x + 1$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}]$ .

14. Все рёбра правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  имеют длину 6. Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $AA_1$  и  $A_1C_1$  соответственно.

- Докажите, что прямые  $BM$  и  $MN$  перпендикулярны.
- Найдите угол между плоскостями  $BMN$  и  $ABB_1$ .

15. Решите неравенство  $\log_{11}(8x^2 + 7) - \log_{11}(x^2 + x + 1) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{x+5} + 7\right)$

16. Две окружности касаются внешним образом в точке К. Прямая АВ касается первой окружности в точке А, а второй — в точке В. Прямая ВК пересекает первую окружность в точке D, прямая АК пересекает вторую окружность в точке С.

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника АКВ, если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

17. 15 января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на  $r$  процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где  $r$  — целое число;

- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

| Дата                   | 15.01 | 15.02 | 15.03 | 15.04 | 15.05 | 15.06 | 15.07 |
|------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Долг<br>(в млн рублей) | 1,0   | 0,6   | 0,4   | 0,3   | 0,2   | 0,1   | 0     |

Найдите наибольшее значение  $r$ , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.

18. Найдите все положительные значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 9 \\ (x + 2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19. В школах № 1 и № 2 учащиеся писали тест. Из каждой школы тест писали, по крайней мере, 2 учащихся, а суммарно тест писали 9 учащихся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл за тест был целым числом. После этого один из учащихся, писавших тест, перешёл из школы № 1 в школу № 2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах.

а) Мог ли средний балл в школе № 1 уменьшиться в 10 раз?

б) Средний балл в школе № 1 уменьшился на 10%, средний балл в школе № 2 также уменьшился на 10%. Мог ли первоначальный средний балл в школе № 2 равняться 7?

в) Средний балл в школе № 1 уменьшился на 10%, средний балл в школе № 2 также уменьшился на 10%. Найдите наименьшее значение первоначального среднего балла в школе № 2.